

# Sistemas de ecuaciones

## Gabriel & Giovanni

No hacía mucho tiempo que los dos jóvenes, Gabriel Cramer y Giovanni Calandrini, habían sido rivales al competir por la misma cátedra de Filosofía, que los dos perdieron y, al mismo tiempo, los dos ganaron: la cátedra de Filosofía fue asignada a otra persona, pero ambos impresionaron tanto al tribunal que crearon una nueva cátedra de Matemáticas que fue adjudicada a los dos.

Y es que sus personalidades tan diferentes hicieron que se complementaran y, a la postre, se convirtieron en inseparables amigos.

Aquel día, un pensativo Calandrini le dijo a Cramer:

—Gabriel, te has dado cuenta de que pasamos una parte importante de nuestra vida averiguando lo que queremos ser, y cuando lo sabemos, gastamos el resto del tiempo intentando cambiar en lo que nos hemos convertido.

—La solución es sencilla —contestó Cramer—; ponemos a un lado lo que sabemos y al otro lo que no sabemos, y, planteando las relaciones de manera correcta, la solución surge ante nosotros de forma natural.

Calandrini dio un manotazo al aire y respondió:

—A veces me sacas de quicio, no sé por qué tienes que aplicar las Matemáticas a todo.

—Porque pienso que cualquier problema tiene su solución, aunque lamentablemente no somos capaces de plantear las ecuaciones adecuadas.



## DESCUBRE LA HISTORIA...

- 1** Uno de los científicos más destacables de Suiza del siglo XVIII fue Gabriel Cramer. Busca información sobre su vida y sus aportaciones a las matemáticas.

Se puede encontrar un extracto de su biografía en:

<http://www.biografiasyvidas.com/biografia/c/cramer.htm>

Una biografía más extensa sobre la vida y obra de Cramer se puede encontrar en esta página web en inglés:

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Cramer.html>

- 2** Investiga sobre la rivalidad que existió entre Gabriel Cramer y Giovanni Calandrini.

Algunos detalles sobre la amistad que unía a estos personajes se puede encontrar en:

<http://www.educared.net/Concurso2010/710/biograf/Bcramer.html>

De la misma manera se puede consultar la página web:

<http://johnnfactor0109.blogspot.com/2009/10/el-padre-gabriel-cramer-fue-jean-isaac.html>

- 3** Analiza la evolución a lo largo de la historia en el estudio sobre sistemas de ecuaciones lineales.

Un repaso histórico sobre la creación y los métodos de resolución de las ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales se puede encontrar en:

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/14/historia.html>

## EVALUACIÓN INICIAL

- 1** Resuelve estas ecuaciones de primer grado.

a)  $5x + 4 = 3x$

b)  $x - 2 + 8x = 7x + 6$

c)  $x - 4 = 9x - 12$

a)  $5x - 3x = -4 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2$

b)  $9x - 7x = 6 + 2 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$

c)  $-4 + 12 = 9x - x \rightarrow 8 = 8x \rightarrow x = 1$

- 2** Copia y completa esta tabla de valores:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = 3x - 2$	-8	-5	-2	1	4

- 3** Halla el resultado de estas multiplicaciones de números enteros.

a)  $(-7) \cdot (+8)$

c)  $(+7) \cdot (-8)$

b)  $(+7) \cdot (+8)$

d)  $(-7) \cdot (-8)$

a) -56

c) -56

b) 56

d) 56

# Sistemas de ecuaciones

## EJERCICIOS

**001** Decide si estas ecuaciones son lineales, y determina su número de incógnitas.

a)  $x + y = 0$                       b)  $x^2 - 2 = 0$                       c)  $3(x - y) = 10$

- a) Ecuación lineal con dos incógnitas.
- b) No es una ecuación lineal por ser de segundo grado.
- c) Ecuación lineal con dos incógnitas.

**002** Comprueba si  $x = -1$ ,  $y = 8$  es solución de estas ecuaciones.

a)  $2x + y = 6$     c)  $x - y = 7$   
b)  $7x - y = 11$     d)  $x + y = 7$

- a)  $2 \cdot (-1) + 8 = 6 \rightarrow 6 = 6 \rightarrow$  Es solución.
- b)  $7 \cdot (-1) - 8 \neq 11 \rightarrow -15 \neq 11 \rightarrow$  No es solución.
- c)  $(-1) - 8 \neq 7 \rightarrow -9 \neq 7 \rightarrow$  No es solución.
- d)  $(-1) + 8 = 7 \rightarrow 7 = 7 \rightarrow$  Es solución.

**003** Expresa, mediante una ecuación lineal con dos incógnitas, los enunciados.

- a) La diferencia de dos números es 3.
- b) El doble de un número más otro es 43.

a)  $x - y = 3$   
b)  $2x + y = 43$

**004** Escribe dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea  $x = 3$ ,  $y = -2$ .

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$2x + 3y = 0$                        $x - 2y = 7$

**005** En una piscina, el ancho y el borde a ambos lados suman 16 metros.

- a) Plantea y resuelve la ecuación lineal con dos incógnitas para determinar la medida del ancho y del borde de la piscina.
- b) Comprueba en la ecuación que el ancho de la piscina no puede medir 18 metros.

a)  $x \rightarrow$  ancho de la piscina  
 $y \rightarrow$  borde de la piscina  
 $x + y = 16 \rightarrow$  Tiene infinitas soluciones.  
b) Si  $x = 18 \rightarrow 18 + y = 16 \rightarrow y = 16 - 18 = -2$

Si el ancho de la piscina fuese 18 m, el borde de la piscina tendría una medida negativa.

**006** Encuentra tres valores que sean soluciones y tres que no lo sean de estas ecuaciones.

a)  $x + 2y = 10$

b)  $2x + 3y = 5$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- Si  $x = 0 \rightarrow 0 - 2y = 10 \rightarrow y = -5$  Los valores  $x = 0$ ,  $y = -5$  son solución.  
Los valores  $x = 0$ ,  $y = 0$  no son solución.
- Si  $x = 2 \rightarrow 2 - 2y = 10 \rightarrow y = -4$  Los valores  $x = 2$ ,  $y = -4$  son solución.  
Los valores  $x = 2$ ,  $y = 0$  no son solución.
- Si  $x = 4 \rightarrow 4 - 2y = 10 \rightarrow y = -3$  Los valores  $x = 4$ ,  $y = -3$  son solución.  
Los valores  $x = 4$ ,  $y = 0$  no son solución.

**007** Busca dos ecuaciones lineales que no tengan como solución  $x = -1$  e  $y = 3$ .

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$x + y = 0$$

$$x - y = 0$$

**008** Decide cuáles de estos sistemas son lineales.

a)  $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + y^2 = 15 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ x + y = 8 \end{cases}$

- a) No es un sistema de ecuaciones lineales, la segunda ecuación es de segundo grado.  
b) Es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

**009** Comprueba si  $x = 1$  e  $y = -1$  es solución de este sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) = 5 \\ 1 + (-1) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 = 5 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Ambas ecuaciones se verifican, por lo que es solución.

**010** Si en el sistema  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 5y = 15 \end{cases}$ ,  $x$  toma el valor 0, ¿qué valor tendrá  $y$  para

obtener la solución?

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 5y = 15 \end{cases} \xrightarrow{x=0} \begin{cases} 2 \cdot 0 + y = 3 \\ 0 + 5y = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{15}{5} = 3 \end{cases}$$

La solución es:  $x = 0$ ,  $y = 3$

# Sistemas de ecuaciones

- 011** Dada la ecuación  $x + 3y = 20$ , comprueba que una de las soluciones es  $x = 8$  e  $y = 4$ , y escribe otra ecuación para que se forme un sistema de ecuaciones lineales con esa solución.

$$x + 3y = 20 \xrightarrow{x=8, y=4} 8 + 3 \cdot 4 = 20 \rightarrow \text{Es solución.}$$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Otra ecuación de la que es solución es:

$$x - 2y = 0 \xrightarrow{x=8, y=4} 8 - 2 \cdot 4 = 0 \rightarrow \text{Es solución.}$$

El sistema del que es solución sería:

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y = 20 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\}$$

- 012** Si en el sistema  $\left. \begin{array}{l} -x + y = 3 \\ 2x = y \end{array} \right\}$ ,  $x$  toma estos valores, ¿qué valores tendrá  $y$  en cada una de las ecuaciones? ¿Cuál es la solución del sistema?

- a)  $x = 0$       b)  $x = 2$       c)  $x = 3$       d)  $x = -1$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} -x + y = 3 \\ 2x = y \end{array} \right\} \xrightarrow{x=0} \left. \begin{array}{l} 0 + y = 3 \\ 2 \cdot 0 = y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} y = 3 \\ y = 0 \end{array}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} -x + y = 3 \\ 2x = y \end{array} \right\} \xrightarrow{x=2} \left. \begin{array}{l} -2 + y = 3 \\ 2 \cdot 2 = y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} y = 5 \\ y = 4 \end{array}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} -x + y = 3 \\ 2x = y \end{array} \right\} \xrightarrow{x=3} \left. \begin{array}{l} -3 + y = 3 \\ 2 \cdot 3 = y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} y = 6 \\ y = 6 \end{array}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} -x + y = 3 \\ 2x = y \end{array} \right\} \xrightarrow{x=-1} \left. \begin{array}{l} 1 + y = 3 \\ 2 \cdot (-1) = y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} y = 2 \\ y = -2 \end{array}$$

La solución es:  $x = 3, y = 6$

- 013** Utiliza tablas para resolver estos sistemas.

a)  $\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ y - x = 1 \end{array} \right\}$

b)  $\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ x - y = 0 \end{array} \right\}$

a)

$x$	0	1	<b>2</b>
$y = 5 - x$	5	4	<b>3</b>
$y = 1 + x$	1	2	<b>3</b>

La solución del sistema es:  $x = 2, y = 3$

b)

$x$	0	1	2	<b>3</b>
$y = 6 - x$	6	5	4	<b>3</b>
$y = x$	0	1	2	<b>3</b>

La solución del sistema es:  $x = 3, y = 3$

**014** Halla la solución de los sistemas utilizando tablas.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = -3 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = -7 \end{cases}$$

a)

$y$	0	1	2	-1	-2
$x = -3 - 2y$	-3	-5	-7	-2	1
$x = 5 + 2y$	5	7	9	3	1

La solución del sistema es:  $x = 1, y = -2$

b)

$x$	0	1	2	-1	-2	-3
$y = x - 1$	-1	0	1	-2	-3	-4
$x = -7 - x$	-7	-8	-9	-6	-5	-4

La solución del sistema es:  $x = -3, y = -4$

**015** Raquel paga 3 € por 1 bote de gel y 1 bolsa de galletas, y Luis paga 4 € por 1 bote de gel y 2 bolsas de galletas. Calcula el precio de cada producto.

Precio del gel:  $x$       Precio de las galletas:  $y$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \rightarrow$$

$x$	0	1	2
$y = 3 - x$	3	2	1
$y = \frac{4 - x}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1

El precio del bote de gel es 2 € y el precio de la bolsa de galletas es 1 €.

**016** Resuelve por el método de sustitución.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$$

a)  $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

1.º De la 1.ª ecuación despejamos  $x$ :  $x = 12 - y$

2.º Sustituimos en la 2.ª ecuación:  $(12 - y) - y = 2$

3.º Resolvemos:  $12 - 2y = 2 \rightarrow 10 = 2y \rightarrow y = 5$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 12 - 5 = 7$

5.º Solución:  $x = 7, y = 5$

b)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$

1.º De la 1.ª ecuación despejamos  $x$ :  $x = 5 - y$

2.º Sustituimos en la 2.ª ecuación:  $-(5 - y) + 2y = -2$

3.º Resolvemos:  $-5 + y + 2y = -2 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 5 - 1 = 4$

5.º Solución:  $x = 4, y = 1$

# Sistemas de ecuaciones

**017** Resuelve por el método de sustitución.

$$\text{a) } \begin{cases} x - (y + 1) = 3 \\ y + (x + 2) = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 10(x - 2) + y = 1 \\ x + 3(x - y) = 5 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x - (y + 1) = 3 \\ y + (x + 2) = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

1.º De la 2.ª ecuación despejamos la  $x$ :  $x = 2 - y$

2.º Sustituimos en la 1.ª ecuación:  $(2 - y) - y = 4$

3.º Resolvemos:  $2 - y - y = 4 \rightarrow -2 = 2y \rightarrow y = -1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$

5.º Solución:  $x = 3, y = -1$

$$\text{b) } \begin{cases} 10(x - 2) + y = 1 \\ x + 3(x - y) = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10x + y = 21 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

1.º De la 1.ª ecuación despejamos la  $y$ :  $y = 21 - 10x$

2.º Sustituimos en la 2.ª ecuación:  $4x - 3(21 - 10x) = 5$

3.º Resolvemos:  $4x - 63 + 30x = 5 \rightarrow 34x = 68 \rightarrow x = 2$

4.º Hallamos la otra variable:  $y = 21 - 20 = 1$

5.º Solución:  $x = 2, y = 1$

**018** Corrige los errores cometidos al resolver el sistema.

$$\begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ 2x + 4y = -1 \end{cases} \rightarrow x = (1 - y)5$$

$$2x + 4y = -1 \xrightarrow{x = (1 - y)5} 2(1 - y)5 + 4y = -1 \rightarrow 2 - 2y + 4y = -1 \\ \rightarrow 2y = -3 \rightarrow y = -3 - 2 = -5$$

$$x = (1 - y)5 \xrightarrow{y = -5} x = (1 - (-5))5 \rightarrow x = 30$$

$$\begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ 2x + 4y = -1 \end{cases} \rightarrow x = \frac{1 + 4y}{5}$$

$$2x + 4y = -1 \xrightarrow{x = \frac{1 + 4y}{5}} 2 \cdot \frac{1 + 4y}{5} + 4y = -1 \rightarrow 2 + 8y + 20y = -5$$

$$\rightarrow 28y = -7 \rightarrow y = \frac{-7}{28} = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1 + 4y}{5} \xrightarrow{y = -\frac{1}{4}} x = \frac{1 + (-1)}{5} = 0$$

**019** Resuelve por el método de igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

1.º Despejamos la  $x$  en las dos ecuaciones:  $x = 12 - y$ ;  $x = 2 + y$

2.º Igualamos:  $12 - y = 2 + y$

3.º Resolvemos:  $12 - 2 = y + y \rightarrow 10 = 2y \rightarrow y = 5$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 12 - 5 = 7$

5.º Solución:  $x = 7, y = 5$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$$

1.º Despejamos la  $x$  en las dos ecuaciones:  $x = 5 - y$ ;  $x = 2y + 2$

2.º Igualamos:  $5 - y = 2y + 2$

3.º Resolvemos:  $5 - 2 = 2y + y \rightarrow 3 = 3y \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 5 - 1 = 4$

5.º Solución:  $x = 4, y = 1$

**020 Resuelve por los métodos de igualación y sustitución, y comprueba que coinciden las soluciones.**

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 9y = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -4x + 3y = -7 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 9y = -3 \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:  $x = \frac{7 + 3y}{2}$ ;  $x = \frac{-3 - 9y}{3} = -1 - 3y$

$$\frac{7 + 3y}{2} = -1 - 3y \rightarrow 7 + 3y = -2 - 6y \rightarrow 9y = -9 \rightarrow y = -1$$

$$x = \frac{7 + 3 \cdot (-1)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{Solución: } x = 2, y = -1$$

Resolvemos por sustitución:  $x = -1 - 3y$

$$2(-1 - 3y) - 3y = 7 \rightarrow -2 - 6y - 3y = 7 \rightarrow -9y = 9 \rightarrow y = -1$$

$$\text{b) } \begin{cases} -4x + 3y = -7 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:  $x = \frac{3y + 7}{4}$ ;  $x = \frac{7 - 5y}{2}$

$$\frac{3y + 7}{4} = \frac{7 - 5y}{2} \rightarrow 6y + 14 = 28 - 20y \rightarrow 26y = 14 \rightarrow y = \frac{7}{13}$$

$$x = \frac{3 \cdot \frac{7}{13} + 7}{4} = \frac{28}{13} \quad \text{Solución: } x = \frac{28}{13}, y = \frac{7}{13}$$

Resolvemos por sustitución:  $x = \frac{3y + 7}{4}$

$$2\left(\frac{3y + 7}{4}\right) + 5y = 7 \rightarrow 6y + 14 + 20y = 20y = 28 \rightarrow 26y = 14 \rightarrow y = \frac{7}{13}$$



# Sistemas de ecuaciones

**021** Corrige los errores cometidos en la resolución del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ 4x - y = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 7 - y \\ x = 3 + \frac{y}{4} \end{array} \right\} \rightarrow 7 - y = 3 + \frac{y}{4}$$

$$\rightarrow 4(7 - y) = 4\left(3 + \frac{y}{4}\right) \rightarrow 28 - 4y = 12 + 4y \rightarrow -8y = 40 \rightarrow y = 5$$

$$x = 7 - y \xrightarrow{y=5} x = 7 - 5 = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ 4x - y = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 7 - y \\ x = \frac{3 + y}{4} \end{array} \right\} \rightarrow 7 - y = \frac{3 + y}{4} \rightarrow 4(7 - y) = 3 + y$$

$$\rightarrow 28 - 4y = 3 + y$$

$$\rightarrow -5y = -25 \rightarrow y = 5$$

$$x = 7 - y \xrightarrow{y=5} x = 2$$

**022** Resuelve por el método de reducción.

a)  $\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$

b)  $\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{array} \right\}$

a)  $\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$

1.º Elegimos la variable  $y$  para reducir.

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $2x = 14$

3.º Resolvemos:  $x = 7$

4.º Hallamos la otra variable:  $7 + y = 12 \rightarrow y = 5$

5.º Solución:  $x = 7, y = 5$

b)  $\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ -x + 2y = -2 \end{array} \right\}$

1.º Elegimos la variable  $x$  para reducir.

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $3y = 3$

3.º Resolvemos:  $y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x + 1 = 5 \rightarrow x = 4$

5.º Solución:  $x = 4, y = 1$

**023** Resuelve estos sistemas por los métodos de sustitución, igualación y reducción, y comprueba que coincide la solución.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 5 \\ -x - y = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = -25 \\ 12x - 3y = 75 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 5 \\ -x - y = -3 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $x$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $2y = 2$

3.º Resolvemos:  $y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x + 3 = 5 \rightarrow x = 2$

5.º Solución:  $x = 2, y = 1$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = -25 \\ 12x - 3y = 75 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 25 \\ 12x - 3y = 75 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por  $(-1)$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $10x = 100$

3.º Resolvemos:  $x = 10$

4.º Hallamos la otra variable:  $20 - 3y = -25 \rightarrow 45 = 3y \rightarrow y = 15$

5.º Solución:  $x = 10, y = 15$

**024** Corrige los errores cometidos.

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 3} \begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 3x + 3y = 3 \\ \quad 3x + 2y = -4 \\ \hline \quad \quad 5y = 7 \end{array} \rightarrow y = \frac{7}{5}$$

$$x + y = 0 \xrightarrow{y = \frac{7}{5}} x + \frac{7}{5} = 0 \rightarrow x = -\frac{7}{5}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 3} \begin{cases} 3x + 3y = 0 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 3x + 3y = 0 \\ \quad 3x + 2y = -4 \\ \hline \quad \quad y = 4 \end{array}$$

$$x + y = 0 \xrightarrow{y = 4} x + 4 = 0 \rightarrow x = -4$$

# Sistemas de ecuaciones

**025** Resuelve por el método de reducción.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 13 \\ 3x + 2y = 12 \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 21x + 35y = 140 \\ -21x - 12y = 117 \end{array} \right\}$$

1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por 7 y la 2.ª ecuación por  $(-3)$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $23y = 23$

3.º Resolvemos:  $y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $3x + 5 = 20 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$

5.º Solución:  $x = 5, y = 1$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 13 \\ 3x + 2y = 12 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 6x + 9y = 39 \\ -6x - 4y = -24 \end{array} \right\}$$

1.º Elegimos la variable  $x$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por 3 y la 2.ª ecuación por  $(-2)$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $5y = 15$

3.º Resolvemos:  $y = 3$

4.º Hallamos la otra variable:  $2x + 9 = 13 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$

5.º Solución:  $x = 2, y = 3$

**026** Resuelve este sistema por el método de reducción.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = 1 \\ x + 2y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = 1 \\ x + 2y = 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left. \begin{array}{l} x - \frac{3}{2}y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - \frac{3}{2}y = 2 \\ -x + 2y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\hline -\frac{7}{2}y = 0 \rightarrow y = 0$$

$$x + 2y = 2 \xrightarrow{y=0} x = 2$$

**027** Resuelve estos sistemas por el método que creas más adecuado.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -4x - y = -9 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ 3x + 2y = 15 \end{cases}$$

En todos los casos elegimos el método de reducción por ser el más rápido, y poderse aplicar multiplicando una sola ecuación por un número.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x - 2y = -14 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por  $(-2)$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $x = -2$

3.º Hallamos la otra variable:  $2 \cdot (-2) + y = 7 \rightarrow y = 11$

4.º Solución:  $x = -2, y = 11$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $y$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $3x = 6$

3.º Resolvemos:  $x = 2$

4.º Hallamos la otra variable:  $2 + y = 5 \rightarrow y = 3$

5.º Solución:  $x = 2, y = 3$

$$\text{c) } \begin{cases} -4x - y = -9 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x - y = -9 \\ 4x + 10y = 18 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $x$ , y multiplicamos la 2.ª ecuación por 2.

2.º Sumamos las dos ecuaciones y resolvemos:  $9y = 9 \rightarrow y = 1$

3.º Hallamos la otra variable:  $-4x - 1 = -9 \rightarrow -4x = -8 \rightarrow x = 2$

4.º Solución:  $x = 2, y = 1$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 2.ª ecuación por 2.

2.º Sumamos las dos ecuaciones y resolvemos:  $5x = 15 \rightarrow x = 3$

3.º Hallamos la otra variable:  $3 + y = 5 \rightarrow y = 2$

4.º Solución:  $x = 3, y = 2$

# Sistemas de ecuaciones

$$\text{e) } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x - 2y = -5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por  $(-1)$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones y resolvemos:  $3x = 9 \rightarrow x = 3$

3.º Hallamos la otra variable:  $3 + 2y = 5 \rightarrow 2y = 2 \rightarrow y = 1$

4.º Solución:  $x = 3, y = 1$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ 3x + 2y = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -8 \\ 3x + 2y = 15 \end{cases}$$

1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por  $(-1)$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $x = 7$

3.º Hallamos la otra variable:  $14 + 2y = 8 \rightarrow 2y = -6 \rightarrow y = -3$

4.º Solución:  $x = 7, y = -3$

## 028 Busca dos números cuya suma es 14 y su diferencia es 4.

Un número:  $x$                       Otro número:  $y$

Suma:  $x + y$

Diferencia:  $x - y$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

Sumando las ecuaciones obtenemos:  $2x = 18 \rightarrow x = 9$

Y sustituyendo en la 1.ª ecuación:  $y = 5$

Los números buscados son 9 y 5.

## 029 ¿Qué dos números suman 21 y el doble de uno más el triple del otro es 56?

Un número:  $x$                       Otro número:  $y$

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ 2x + 3y = 56 \end{cases} \rightarrow x = 21 - y$$

$$2x + 3y = 56 \xrightarrow{x = 21 - y} 42 - 2y + 3y = 56 \rightarrow y = 14, x = 7$$

Los números buscados son 7 y 14.

## 030 Reparte 60 € entre dos personas, de manera que una obtenga el doble de dinero que la otra.

Dinero de una persona:  $x$                       Dinero de la otra persona:  $y$

Una persona tiene el doble de dinero que la otra:  $x = 2y$

Dinero de las dos personas:  $x + y = 60$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x = 2y \\ x + y = 60 \end{cases}$$

Sustituyendo la 1.ª ecuación en la 2.ª:  $3y = 60 \rightarrow y = 20$

Y sustituyendo en la 1.ª:  $x = 40$

El reparto es 40 € y 20 €.



# Sistemas de ecuaciones

- 035** Un padre tiene el triple de edad que su hijo. Si el padre tuviera 30 años menos, y el hijo, 8 años más, ambos tendrían la misma edad. ¿Cuáles son las edades del padre y el hijo?

$$\begin{array}{l} \text{Padre: } x \qquad \text{Hijo: } y \\ \left. \begin{array}{l} x = 3y \\ x - 30 = y + 8 \end{array} \right\} \xrightarrow{x=3y} 3y - 30 = y + 8 \rightarrow 2y = 38 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \rightarrow y = 19, x = 57 \end{array}$$

El padre tiene 57 años y el hijo tiene 19 años.

## ACTIVIDADES

- 036** Identifica cuáles de las siguientes ecuaciones son ecuaciones lineales con dos incógnitas.

- a)  $x + 2y = 4$
- b)  $x + y = 0$
- c)  $x + y = x$
- d)  $2(x - y) = 3x$
- e)  $\frac{x - y}{5} = 3$
- f)  $x^2 = y$
- g)  $x + y = y$
- h)  $-x = 2y$
- i)  $x \cdot y = 8$
- j)  $\frac{x^2}{y} = 8$

Son ecuaciones lineales con dos incógnitas: a), b), c), d), e), g) y h).

- 037** Dada la ecuación  $2x - 3y = 7$ , di cuál es su solución.

- a)  $x = 1, y = 5$
  - b)  $x = 5, y = 1$
- a)  $2 \cdot 1 - 3 \cdot 5 = 2 - 15 = -13 \rightarrow$  No es solución.  
b)  $2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = 10 - 3 = 7 \rightarrow$  Es solución.

- 038** ¿Cuáles de estas ecuaciones tienen como solución  $x = -1, y = 3$ ?

- a)  $3x + y = 3$
- b)  $3x - y = 0$
- c)  $3x - \frac{y}{3} = 0$
- d)  $\frac{x}{3} - \frac{y}{9} = 1$

Ninguna de las ecuaciones tiene como solución  $x = -1, y = 3$ .

- 039** Escribe tres ecuaciones lineales con dos incógnitas que tengan como solución  $x = 2, y = -1$ .

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\begin{array}{l} x + y = 1 \\ 2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 8 \end{array}$$

**040** Comprueba que si  $x = 2$ ,  $y = -3$  es solución de una ecuación, también lo será de la ecuación que resulta al:

- a) Sumar 8 en los dos miembros.
- b) Restar 10 en los dos miembros.
- c) Multiplicar los dos miembros por 3.
- d) Dividir los dos miembros entre 5.

Es cierto porque al sumar, restar, multiplicar o dividir los dos miembros de una ecuación por un mismo número, las ecuaciones resultantes son equivalentes.

**041** Comprueba que  $x = 2$ ,  $y = 1$  es solución de las ecuaciones.

- a)  $3x + 2y = 8$
- b)  $\frac{3}{2}x + y = 4$
- c)  $9x + 6y = 24$
- d)  $12x + 8y = 32$
- e)  $15x + 10y = 40$
- f)  $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = 2$
- g)  $6x + 4y = 16$
- h)  $x + \frac{2}{3}y = \frac{8}{3}$

¿Encuentras alguna relación entre ellas?

- a)  $3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8$
- b)  $\frac{3}{2} \cdot 2 + 1 = 4$
- c)  $9 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 24$
- d)  $12 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 32$
- e)  $15 \cdot 2 + 10 \cdot 1 = 40$
- f)  $\frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 2$
- g)  $6 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 16$
- h)  $2 + \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{8}{3}$

La relación que hay entre las ecuaciones es:

- b)  $= \frac{a}{2}$
- c)  $= 3a$
- d)  $= 4a$
- e)  $= 5a$
- f)  $= \frac{a}{4}$
- g)  $= 2a$
- h)  $= \frac{a}{3}$

**042** ¿Son los valores  $x = -2$ ,  $y = -1$  solución de estos sistemas de ecuaciones?

- a)  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$
- b)  $\begin{cases} 3x - y = -5 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} x + y = -3 \\ -x - 2y = 4 \end{cases}$

a)  $-2 + (-1) = -3 \neq 3 \rightarrow$  No es solución.

b)  $\begin{cases} 3 \cdot (-2) - (-1) = -5 \\ -2 - 2 \cdot (-1) = 0 \end{cases} \rightarrow$  Es solución.

c)  $-2 - 2 \cdot (-1) = 0 \neq -4 \rightarrow$  No es solución.

d)  $\begin{cases} (-2) + (-1) = -3 \\ -(-2) - 2 \cdot (-1) = 4 \end{cases} \rightarrow$  Es solución.



# Sistemas de ecuaciones

043

Escribe un sistema de ecuaciones lineales cuya solución sea:

a)  $x = 3, y = 4$

d)  $x = \frac{1}{2}, y = 8$

g)  $x = -2, y = -2$

b)  $x = -2, y = 5$

e)  $x = -4; y = 0,5$

h)  $x = 0, y = 0$

c)  $x = 8, y = 10$

f)  $x = 6, y = 0$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x + y = 7 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 4x + y = 10 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ x - y = 0 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - 3y = -17 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} x - 4y = -6 \\ 3x + 2y = -11 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ x + 6y = 0 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x - y = -2 \\ x + 2y = 28 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} 2x - y = 12 \\ x + 5y = 6 \end{cases}$

044

Resuelve por el método de sustitución los sistemas de ecuaciones.

a)  $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

i)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$

j)  $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + y = 14 \end{cases}$

a)  $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$

1.º De la 1.ª ecuación despejamos la variable  $x$ :  $x = 4 - 3y$

2.º Sustituimos en la 2.ª ecuación:  $2(4 - 3y) - 3y = -1$

3.º Resolvemos:  $8 - 6y - 3y = -1 \rightarrow 9 = 9y \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 4 - 3 = 1$

5.º Solución:  $x = 1, y = 1$

b)  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$

1.º De la 1.ª ecuación despejamos la variable  $x$ :  $x = 1 + 2y$

2.º Sustituimos en la 2.ª ecuación:  $2(1 + 2y) + 2y = 8$

3.º Resolvemos:  $2 + 4y + 2y = 8 \rightarrow 6y = 6 \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 1 + 2 = 3$

5.º Solución:  $x = 3, y = 1$

c)  $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$

1.º De la 2.ª ecuación despejamos la variable  $x$ :  $x = 3y$

2.º Sustituimos en la 1.ª ecuación:  $2 \cdot 3y + y = 7$

3.º Resolvemos:  $6y + y = 7 \rightarrow 7y = 7 \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 3$

5.º Solución:  $x = 3, y = 1$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases}$$

- 1.º De la 2.ª ecuación despejamos la variable  $x$ :  $x = y$
- 2.º Sustituimos en la 1.ª ecuación:  $5y + 3y = 16$
- 3.º Resolvemos:  $8y = 16 \rightarrow y = 2$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $x = 2$
- 5.º Solución:  $x = 2, y = 2$

$$\text{e) } \begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

- 1.º De la 1.ª ecuación despejamos la variable  $x$ :  $x = 5 + y$
- 2.º Sustituimos en la 2.ª ecuación:  $2(5 + y) + y = 1$
- 3.º Resolvemos:  $3y = -9 \rightarrow y = -3$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $x = 2$
- 5.º Solución:  $x = 2, y = -3$

$$\text{f) } \begin{cases} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$$

- 1.º De la 1.ª ecuación despejamos la variable  $x$ :  $x = 9 - 4y$
- 2.º Sustituimos en la 2.ª ecuación:  $3(9 - 4y) - 6y = 9$
- 3.º Resolvemos:  $27 - 12y - 6y = 9 \rightarrow 18 = 18y \rightarrow y = 1$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $x = 9 - 4 = 5$
- 5.º Solución:  $x = 5, y = 1$

$$\text{g) } \begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$$

- 1.º De la 2.ª ecuación despejamos la variable  $y$ :  $y = 11 - 4x$
- 2.º Sustituimos en la 1.ª ecuación:  $5x - 3(11 - 4x) = 1$
- 3.º Resolvemos:  $5x - 33 + 12x = 1 \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = 2$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $y = 11 - 8 = 3$
- 5.º Solución:  $x = 2, y = 3$

$$\text{h) } \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + y = 14 \end{cases}$$

- 1.º De la 2.ª ecuación despejamos la variable  $y$ :  $y = 14 - 4x$
- 2.º Sustituimos en la 1.ª ecuación:  $3x - 2(14 - 4x) = 5$
- 3.º Resolvemos:  $3x - 28 + 8x = 5 \rightarrow 11x = 33 \rightarrow x = 3$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $y = 14 - 12 = 2$
- 5.º Solución:  $x = 3, y = 2$

$$\text{i) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

- 1.º De la 2.ª ecuación despejamos la variable  $x$ :  $x = 6 - 2y$
- 2.º Sustituimos en la 1.ª ecuación:  $(6 - 2y) + y = 5$
- 3.º Resolvemos:  $6 - 2y + y = 5 \rightarrow y = 1$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $x = 6 - 2 = 4$
- 5.º Solución:  $x = 4, y = 1$

# Sistemas de ecuaciones

$$j) \begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

1.º De la 2.ª ecuación despejamos la variable  $y$ :  $y = x - 1$

2.º Sustituimos en la 1.ª ecuación:  $x + 3(x - 1) = 5$

3.º Resolvemos:  $x + 3x - 3 = 5 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$

4.º Hallamos la otra variable:  $y = 2 - 1 = 1$

5.º Solución:  $x = 2, y = 1$

## 045 Resuelve estos sistemas por sustitución.

$$a) \begin{cases} x = 3y + 2 \\ 2x - 5y = 5 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 5x - 3y = -19 \end{cases} \quad e) \begin{cases} -2x - 3y = -7 \\ 5x + y = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x = 1 - y \\ 3x + 2y = -1 \end{cases} \quad d) \begin{cases} 4x + y = 6 \\ -x - y = 0 \end{cases} \quad f) \begin{cases} 4x + 2y = 18 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x = 3y + 2 \\ 2x - 5y = 5 \end{cases} \xrightarrow{x = 3y + 2} 2(3y + 2) - 5y = 5 \\ \rightarrow y = 1, x = 5$$

$$b) \begin{cases} x = 1 - y \\ 3x + 2y = -1 \end{cases} \xrightarrow{x = 1 - y} 3(1 - y) + 2y = -1 \\ \rightarrow y = 4, x = -3$$

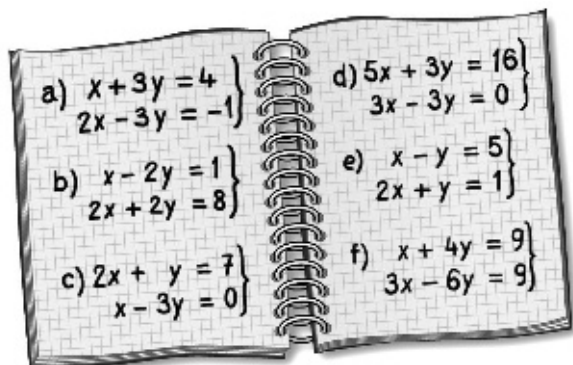
$$c) \begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 5x - 3y = -19 \end{cases} \xrightarrow{\quad\quad\quad} x = \frac{11 - 5y}{2} \\ 5x - 3y = -19 \xrightarrow{x = \frac{11 - 5y}{2}} 5\left(\frac{11 - 5y}{2}\right) - 3y = -19 \\ \rightarrow 55 - 25y - 6y = -38 \\ \rightarrow y = 3, x = -2$$

$$d) \begin{cases} 4x + y = 6 \\ -x - y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\quad\quad\quad} y = 6 - 4x \\ -x - y = 0 \xrightarrow{y = 6 - 4x} -x - (6 - 4x) = 0 \\ \rightarrow x = 2, y = -2$$

$$e) \begin{cases} -2x - 3y = -7 \\ 5x + y = -2 \end{cases} \xrightarrow{\quad\quad\quad} y = -2 - 5x \\ -2x - 3y = -7 \xrightarrow{y = -2 - 5x} -2x - 3(-2 - 5x) = -7 \\ \rightarrow x = -1, y = 3$$

$$f) \begin{cases} 4x + 2y = 18 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases} \xrightarrow{\quad\quad\quad} y = 9 - 2x \\ 2x + 3y = 11 \xrightarrow{y = 9 - 2x} 2x + 3(9 - 2x) = 11 \\ \rightarrow x = 4, y = 1$$

046 Resuelve por el método de igualación los sistemas de ecuaciones.



$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{array} \right\}$$

1.º Despejamos la variable  $x$ :  $x = 4 - 3y$ ;  $x = \frac{3y - 1}{2}$

2.º Igualamos:  $4 - 3y = \frac{3y - 1}{2}$

3.º Resolvemos:  $8 - 6y = 3y - 1 \rightarrow 9 = 9y \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 4 - 3 = 1$

5.º Solución:  $x = 1, y = 1$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 8 \end{array} \right\}$$

1.º Despejamos la variable  $x$ :  $x = 1 + 2y$ ;  $x = \frac{8 - 2y}{2}$

2.º Igualamos:  $1 + 2y = \frac{8 - 2y}{2}$

3.º Resolvemos:  $2 + 4y = 8 - 2y \rightarrow 6y = 6 \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 1 + 2 = 3$

5.º Solución:  $x = 3, y = 1$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{array} \right\}$$

1.º Despejamos la variable  $x$ :  $x = \frac{7 - y}{2}$ ;  $x = 3y$

2.º Igualamos:  $\frac{7 - y}{2} = 3y$

3.º Resolvemos:  $7 - y = 6y \rightarrow 7 = 7y \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 3$

5.º Solución:  $x = 3, y = 1$

# Sistemas de ecuaciones

$$d) \begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases}$$

1.º Despejamos la variable  $x$ :  $x = \frac{16 - 3y}{5}$ ;  $x = y$

2.º Igualamos:  $\frac{16 - 3y}{5} = y$

3.º Resolvemos:  $16 - 3y = 5y \rightarrow 16 = 8y \rightarrow y = 2$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 2$

5.º Solución:  $x = 2, y = 2$

$$e) \begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

1.º Despejamos la variable  $y$ :  $y = x - 5$ ;  $y = 1 - 2x$

2.º Igualamos:  $x - 5 = 1 - 2x$

3.º Resolvemos:  $3x = 6 \rightarrow x = 2$

4.º Hallamos la otra variable:  $y = -3$

5.º Solución:  $x = 2, y = -3$

$$f) \begin{cases} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$$

1.º Despejamos la variable  $x$ :  $x = 9 - 4y$ ;  $x = 3 + 2y$

2.º Igualamos:  $9 - 4y = 3 + 2y$

3.º Resolvemos:  $6y = 6 \rightarrow y = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $x = 9 - 4 = 5$

5.º Solución:  $x = 5, y = 1$

## 047 Resuelve estos sistemas por igualación.

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = 15 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2y - x = 3 \\ 3x + 7y = 43 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x - 6y = 12 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y = 13 \\ 2x - 5y = -23 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3x + y = 11 \\ 2x + 5y = 29 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{7 - 2y}{3} \\ x = \frac{15 + 3y}{4} \end{cases} \rightarrow \frac{7 - 2y}{3} = \frac{15 + 3y}{4}$$

$$\rightarrow 28 - 8y = 45 + 9y \rightarrow y = -1, x = 3$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x - 6y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{13 + 3y}{2} \\ x = 4 + 2y \end{cases} \rightarrow \frac{13 + 3y}{2} = 4 + 2y$$

$$\rightarrow 13 + 3y = 8 + 4y \rightarrow y = 5, x = 14$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x + 4y = 6 \\ 3x + 7y = 5 \end{array} \right\} &\rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 3 - 2y \\ x = \frac{5 - 7y}{3} \end{array} \right\} \rightarrow 3 - 2y = \frac{5 - 7y}{3} \\ &\rightarrow 9 - 6y = 5 - 7y \rightarrow y = -4, x = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ 2x - 5y = -23 \end{array} \right\} &\rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 13 - y \\ x = \frac{5y - 23}{2} \end{array} \right\} \rightarrow 13 - y = \frac{5y - 23}{2} \\ &\rightarrow 26 - 2y = 5y - 23 \rightarrow y = 7, x = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \left. \begin{array}{l} 2y - x = 3 \\ 3x + 7y = 43 \end{array} \right\} &\rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2y - 3 \\ x = \frac{43 - 7y}{3} \end{array} \right\} \rightarrow 2y - 3 = \frac{43 - 7y}{3} \\ &\rightarrow 6y - 9 = 43 - 7y \rightarrow y = 4, x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \left. \begin{array}{l} 3x + y = 11 \\ 2x + 5y = 29 \end{array} \right\} &\rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 11 - 3x \\ y = \frac{29 - 2x}{5} \end{array} \right\} \rightarrow 11 - 3x = \frac{29 - 2x}{5} \\ &\rightarrow 55 - 15x = 29 - 2x \rightarrow x = 2, y = 5 \end{aligned}$$

**048** Resuelve por el método de reducción.

a)  $\left. \begin{array}{l} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{array} \right\}$

d)  $\left. \begin{array}{l} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{array} \right\}$

g)  $\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 5 \\ 4x + y = 14 \end{array} \right\}$

b)  $\left. \begin{array}{l} x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 8 \end{array} \right\}$

e)  $\left. \begin{array}{l} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{array} \right\}$

h)  $\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x + 2y = 6 \end{array} \right\}$

c)  $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{array} \right\}$

f)  $\left. \begin{array}{l} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{array} \right\}$

a)  $\left. \begin{array}{l} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{array} \right\}$

1.º Elegimos la variable  $y$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $3x = 3$

3.º Resolvemos:  $x = 1$

4.º Hallamos la otra variable:  $1 + 3y = 4 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1$

5.º Solución:  $x = 1, y = 1$

b)  $\left. \begin{array}{l} x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 8 \end{array} \right\}$

1.º Elegimos la variable  $y$ .

2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $3x = 9$

3.º Resolvemos:  $x = 3$

4.º Hallamos la otra variable:  $3 - 2y = 1 \rightarrow 2 = 2y \rightarrow y = 1$

5.º Solución:  $x = 3, y = 1$

# Sistemas de ecuaciones

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 21 \\ x - 3y = 0 \end{array} \right\}$$

- 1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por 3.
- 2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $7x = 21$
- 3.º Resolvemos:  $x = 3$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $6 + y = 7 \rightarrow y = 1$
- 5.º Solución:  $x = 3, y = 1$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{array} \right\}$$

- 1.º Elegimos la variable  $y$ .
- 2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $8x = 16$
- 3.º Resolvemos:  $x = 2$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $10 + 3y = 16 \rightarrow 3y = 6 \rightarrow y = 2$
- 5.º Solución:  $x = 2, y = 2$

$$\text{e) } \left. \begin{array}{l} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} -3x - 12y = -27 \\ 3x - 6y = 9 \end{array} \right\}$$

- 1.º Elegimos la variable  $x$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por  $(-3)$ .
- 2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $-18y = -18$
- 3.º Resolvemos:  $y = 1$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $x + 4 = 9 \rightarrow x = 5$
- 5.º Solución:  $x = 5, y = 1$

$$\text{f) } \left. \begin{array}{l} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 5x - 3y = 1 \\ 12x + 3y = 33 \end{array} \right\}$$

- 1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 2.ª ecuación por 3.
- 2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $17x = 34$
- 3.º Resolvemos:  $x = 2$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $10 - 3y = 1 \rightarrow -3y = -9 \rightarrow y = 3$
- 5.º Solución:  $x = 2, y = 3$

$$\text{g) } \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 5 \\ 4x + y = 14 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 5 \\ 8x + 2y = 28 \end{array} \right\}$$

- 1.º Elegimos la variable  $y$ , y multiplicamos la 2.ª ecuación por 2.
- 2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $11x = 33$
- 3.º Resolvemos:  $x = 3$
- 4.º Hallamos la otra variable:  $9 - 2y = 5 \rightarrow 4 = 2y \rightarrow y = 2$
- 5.º Solución:  $x = 3, y = 2$

$$\text{h) } \left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x + 2y = 6 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} -x - y = -5 \\ x + 2y = 6 \end{array} \right\}$$

- 1.º Elegimos la variable  $x$ , y multiplicamos la 1.ª ecuación por  $(-1)$ .
- 2.º Sumamos las dos ecuaciones:  $y = 1$
- 3.º Hallamos la otra variable:  $x + 1 = 5 \rightarrow x = 4$
- 4.º Solución:  $x = 4, y = 1$

049 Resuelve estos sistemas por reducción.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = -10 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -x + 4y = 4 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} -3x + 7y = -44 \\ 2x - 9y = 38 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} x - 5y = 6 \\ x + 4y = 15 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 0 \\ - \quad x - y = -10 \\ \hline 2y = 10 \end{array} \rightarrow y = 5, x = -5$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -x + 4y = 4 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 2x - 8y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x - 5y = 1 \\ - \quad 2x - 8y = -8 \\ \hline 3y = 9 \end{array} \rightarrow y = 3, x = 8$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{matrix}} \begin{cases} 6x + 8y = -4 \\ 6x + 9y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 6x + 8y = -4 \\ - \quad 6x + 9y = 0 \\ \hline -y = -4 \end{array} \rightarrow y = 4, x = -6$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot 5 \\ \cdot 4 \end{matrix}} \begin{cases} 20x - 10y = -10 \\ 20x + 12y = 24 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 20x - 10y = -10 \\ - \quad 20x + 12y = 24 \\ \hline -22y = -34 \end{array} \rightarrow y = \frac{17}{11}, x = \frac{3}{11}$$

$$\text{e) } \begin{cases} -3x + 7y = -44 \\ 2x - 9y = 38 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot (-3) \end{matrix}} \begin{cases} -6x + 14y = -88 \\ -6x + 27y = -114 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -6x + 14y = -88 \\ - \quad -6x + 27y = -114 \\ \hline -13y = 26 \end{array} \rightarrow y = -2, x = 10$$

$$\text{f) } \begin{cases} x - 5y = 6 \\ x + 4y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x - 5y = 6 \\ - \quad x + 4y = 15 \\ \hline -9y = -9 \end{array} \rightarrow y = 1, x = 11$$



# Sistemas de ecuaciones

050

Resuelve por el método más adecuado.

a)  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 6 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} x + y = 9 \\ 20x - 3y = -4 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} 5x - y = 23 \\ -9x + 5y = 13 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} 2x - 3y = -25 \\ 12x - 3y = 75 \end{cases}$

a)  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 6 \end{cases}$  Resolvemos por reducción. Sumando:  $2x = 8 \rightarrow x = 4$

Sustituyendo en la 1.<sup>a</sup> ecuación:  $4 + y = 2 \rightarrow y = -2$

Solución:  $x = 4, y = -2$

b)  $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$  Resolvemos por reducción. Sumando:  $4x = 8 \rightarrow x = 2$

Sustituyendo en la 1.<sup>a</sup> ecuación:  $4 + 3y = 4 \rightarrow 3y = 0 \rightarrow y = 0$

Solución:  $x = 2, y = 0$

c)  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$  Por sustitución:  $x = 5 - 2y \rightarrow 2(5 - 2y) + 5y = 11$

$10 - 4y + 5y = 11 \rightarrow y = 1 \rightarrow x = 5 - 2 = 3$

Solución:  $x = 3, y = 1$

d)  $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

Resolvemos por reducción, multiplicando la 2.<sup>a</sup> ecuación por  $(-2)$ , y sumando las dos ecuaciones:

$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -2x - 4y = -6 \end{cases} \rightarrow -y = 2 \rightarrow y = -2 \rightarrow x - 4 = 3 \rightarrow x = 7$

Solución:  $x = 7, y = -2$

e)  $\begin{cases} x + y = 9 \\ 20x - 3y = -4 \end{cases}$  Resolvemos por reducción. Multiplicamos la 1.<sup>a</sup> ecuación por 3:  $3x + 3y = 27$

$\begin{cases} 3x + 3y = 27 \\ 20x - 3y = -4 \end{cases}$  Sumando:  $23x = 23 \rightarrow x = 1 \rightarrow 1 + y = 9 \rightarrow y = 8$

Solución:  $x = 1, y = 8$

f)  $\begin{cases} 2x - 3y = -25 \\ 12x - 3y = 75 \end{cases}$  Resolvemos por reducción. Multiplicamos la 1.<sup>a</sup> ecuación por  $(-1)$ :  $-2x + 3y = 25$

$\begin{cases} -2x + 3y = 25 \\ 12x - 3y = 75 \end{cases}$  Sumando:  $10x = 100 \rightarrow x = 10$

$20 - 3y = -25 \rightarrow 45 = 3y \rightarrow y = 15$

Solución:  $x = 10, y = 15$

g)  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$  Resolvemos despejando la  $x$  en la 1.<sup>a</sup> ecuación:  $x = 5 - 2y$ ,

y sustituyendo en la 2.<sup>a</sup> ecuación:  $2(5 - 2y) + y = 7$

$10 - 4y + y = 7 \rightarrow 3 = 3y \rightarrow y = 1 \rightarrow x = 3$

Solución:  $x = 3, y = 1$

$$h) \begin{cases} 5x - y = 23 \\ -9x + 5y = 13 \end{cases} \text{ Resolvemos por reducción. Multiplicamos la 1.ª ecuación por 5: } 25x - 5y = 115$$

$$\begin{array}{r} 25x - 5y = 115 \\ -9x + 5y = 13 \\ \hline 16x = 128 \end{array} \text{ Sumando las dos ecuaciones: } 16x = 128$$

$$-9x + 5y = 13 \quad \left. \begin{array}{l} x = 8 \\ \rightarrow 40 - y = 23 \\ \rightarrow y = 17 \end{array} \right\}$$

$$\text{Solución: } x = 8, y = 17$$

**051 Resuelve por el método más adecuado.**

$$\begin{array}{lll} a) \begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases} & c) \begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ 2x + 7y = -4 \end{cases} & e) \begin{cases} 8x + 14y = -6 \\ x + y = 0 \end{cases} \\ b) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 6x - y = 0 \end{cases} & d) \begin{cases} x - 3y = 13 \\ 5x - 2y = 26 \end{cases} & f) \begin{cases} 3x - \frac{4}{5}y = 13 \\ \frac{8}{3}x - y = -4 \end{cases} \end{array}$$

$$a) \begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases} \rightarrow x = 4 + 3y$$

$$2x - 5y = 8 \xrightarrow{x=4+3y} 2(4 + 3y) - 5y = 8 \rightarrow y = 0, x = 4$$

$$b) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 6x - y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3x + y = 3 \\ + 6x - y = 0 \\ \hline 9x = 3 \end{array} \rightarrow x = \frac{1}{3}, y = 2$$

$$c) \begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ 2x + 7y = -4 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 2} \begin{cases} 4x - 15y = 10 \\ 4x + 14y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 5y = 10 \\ - 4x + 14y = -8 \\ \hline -19y = 18 \end{array} \rightarrow y = \frac{-18}{19}, x = \frac{25}{19}$$

$$d) \begin{cases} x - 3y = 13 \\ 5x - 2y = 26 \end{cases} \rightarrow x = 13 + 3y$$

$$5x - 2y = 26 \xrightarrow{x=13+3y} 5(13 + 3y) - 2y = 26 \rightarrow y = -3, x = 4$$

$$e) \begin{cases} 8x + 14y = -6 \\ x + y = 0 \end{cases} \rightarrow x = -y$$

$$8x + 14y = -6 \xrightarrow{x=-y} -8y + 14y = -6 \rightarrow y = -1, x = 1$$

$$f) \begin{cases} 3x - \frac{4}{5}y = 13 \\ \frac{8}{3}x - y = -4 \end{cases} \rightarrow y = \frac{8}{3}x + 4$$

$$3x - \frac{4}{5}y = 13 \xrightarrow{y=\frac{8}{3}x+4} 3x - \frac{4}{5}\left(\frac{8}{3}x + 4\right) = 13$$

$$\rightarrow 45x - 32x - 48 = 195 \rightarrow x = \frac{243}{13}, y = \frac{700}{13}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{aligned} 2x + 3y = 5 + x + 2y \\ x - 2y - 3 = 3 - 4y \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} x + y = 5 \\ x + 2y = 6 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} -x - y = -5 \\ x + 2y = 6 \end{aligned} \right\} \\ &\rightarrow y = 1, x = 4 \end{aligned}$$

Solución:  $x = 4, y = 1$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left. \begin{aligned} 2y - x - 1 = 4 - y - 2x \\ 2x - y = 1 + x \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} -x - 3y = -5 \\ x - y = 1 \end{aligned} \right\} \\ &\rightarrow -4y = -4 \rightarrow y = 1, x = 2 \end{aligned}$$

Solución:  $x = 2, y = 1$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left. \begin{aligned} 3y - 2 = x - 2(x + y) \\ (x + 4) + 2(y - 2) = 18 - x - y \end{aligned} \right\} \\ \rightarrow \left. \begin{aligned} 3y - 2 = x - 2x - 2y \\ x + 4 + 2y - 4 = 18 - x - y \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} x + 5y = 2 \\ 2x + 3y = 18 \end{aligned} \right\} \\ \rightarrow \left. \begin{aligned} -2x - 10y = -4 \\ 2x + 3y = 18 \end{aligned} \right\} &\rightarrow -7y = 14 \rightarrow y = -2, x = 12 \end{aligned}$$

Solución:  $x = 12, y = -2$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left. \begin{aligned} 3x - 2(y - 1) = y - x + 1 \\ 2x - y = x + y - 9 \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} 3x - 2y + 2 = y - x + 1 \\ 2x - y = x + y - 9 \end{aligned} \right\} \\ \rightarrow \left. \begin{aligned} 4x - 3y = -1 \\ x - 2y = -9 \end{aligned} \right\} &\rightarrow \left. \begin{aligned} 4x - 3y = -1 \\ -4x + 8y = 36 \end{aligned} \right\} \rightarrow 5y = 35 \rightarrow y = 7, x = 5 \end{aligned}$$

Solución:  $x = 5, y = 7$

$$\begin{aligned} \text{e) } \left. \begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = \frac{11}{5} \\ \frac{4x - 5y}{2} = 2 \end{aligned} \right\} &\begin{aligned} \cdot 10 \rightarrow 5x - 2y = 22 \\ \cdot 2 \rightarrow 4x - 5y = 4 \end{aligned} \rightarrow x = 1 + \frac{5y}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x - 2y = 22 &\xrightarrow{x = 1 + \frac{5y}{4}} 5\left(1 + \frac{5y}{4}\right) - 2y = 22 \\ &\rightarrow 20 + 25y - 8y = 88 \rightarrow y = 4, x = 6 \end{aligned}$$

Solución:  $x = 6, y = 4$

$$\begin{aligned} \text{f) } \left. \begin{aligned} \frac{x + 4y}{3} + \frac{x - y}{5} = \frac{2}{3} \\ -x + 5y = 13 \end{aligned} \right\} &\begin{aligned} \cdot 15 \rightarrow \begin{aligned} 5(x + 4y) + 3(x - y) &= 2 \cdot 5 \\ -x + 5y &= 13 \end{aligned} \\ \rightarrow \begin{aligned} 8x + 17y &= 10 \\ -x + 5y &= 13 \end{aligned} \rightarrow x = 5y - 13 \end{aligned} \\ 8x + 17y = 10 &\xrightarrow{x = 5y - 13} 8(5y - 13) + 17y = 10 \\ &\rightarrow 40y - 104 + 17y = 10 \rightarrow y = 2, x = -3 \end{aligned}$$

Solución:  $x = -3, y = 2$

# Sistemas de ecuaciones

054

## HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESAN CIERTOS ENUNCIADOS MEDIANTE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS?

Expresa mediante ecuaciones con dos incógnitas estos enunciados.

- La suma de dos números es 33.
- Cuatro sillas y una mesa cuestan 260 €.
- Jaime pesa 22 kg más que su perro.
- El ancho de un rectángulo es el doble que su altura.

**PRIMERO.** Se asigna una incógnita a cada dato desconocido.

**SEGUNDO.** Se relacionan los datos conocidos y desconocidos mediante una igualdad.

- La suma de dos números es 33  $\longrightarrow x + y = 33$
- 4 sillas y 1 mesa cuestan 260 €  $\longrightarrow 4x + y = 260$
- Jaime pesa 22 kg más que su perro  $\rightarrow x + 22 = y$
- El ancho es el doble que la altura  $\rightarrow x = 2y$

Datos desconocidos	Incógnitas
Dos números	$x$ , un número $y$ , el otro número
Precio de una silla y una mesa	$x$ , precio de una silla $y$ , precio de una mesa
Peso de Jaime y su perro	$x$ , peso de Jaime $y$ , peso del perro
Ancho y altura de un rectángulo	$x$ , ancho $y$ , altura

055

Expresa mediante una ecuación lineal con dos incógnitas estos enunciados, e indica qué representan las incógnitas.

- La suma de dos números es 15.
- La mitad de un número más el doble de otro es igual a 52.
- La diferencia entre las edades de un padre y un hijo es 28 años.
- He recorrido 20 km más que tú.
- Tengo 16,50 € en monedas de 1 € y 50 céntimos.
- El precio de 2 kg de naranjas y 3 kg de manzanas es 5,80 €.
- Dos bocadillos y tres refrescos cuestan 14 €.
- El perímetro de un rectángulo es 32 m.

¿Cuántas soluciones tiene cada ecuación? Da una solución para cada una.

- Un número:  $x$  Otro número:  $y$  Ecuación:  $x + y = 15$  Solución:  $x = 7, y = 8$
- Un número:  $x$  Otro número:  $y$  Ecuación:  $\frac{x}{2} + 2y = 52$   
Solución:  $x = 4, y = 25$
- Edad del padre:  $x$  Edad del hijo:  $y$   
Ecuación:  $x - y = 28$  Solución:  $x = 50, y = 22$
- Kilómetros recorridos por uno:  $x$  Kilómetros recorridos por otro:  $y$   
Ecuación:  $x - y = 20$  Solución:  $x = 35, y = 15$
- Monedas de 1 €:  $x$  Monedas de 50 céntimos:  $y$   
Ecuación:  $x + y \cdot 0,50 = 16,50$  Solución:  $x = 10, y = 13$
- Precio de 1 kg de naranjas:  $x$  Precio de 1 kg de manzanas:  $y$   
Ecuación:  $2x + 3y = 5,80$  Solución:  $x = 2, y = 0,60$

- g) Precio de un bocadillo:  $x$                       Precio de un refresco:  $y$   
 Ecuación:  $2x + 3y = 14$                       Solución:  $x = 4, y = 2$
- h) Altura:  $x$  Ancho:  $y$  Ecuación:  $2x + 2y = 32$  Solución:  $x = 11, y = 5$   
 Todas las ecuaciones tienen infinitas soluciones.

**056** ●● **Asocia a cada ecuación de la actividad anterior otra ecuación que resulte del mismo apartado en esta actividad. Calcula la solución del sistema de ecuaciones lineales que forman.**

- a) Su diferencia es 1.  
 b) La cuarta parte del primer número más la tercera parte del segundo es 16.  
 c) La edad del padre es cinco veces la del hijo.  
 d) He recorrido el doble de distancia que tú.  
 e) El número de monedas es 23.  
 f) El kilo de naranjas vale 40 céntimos más que el de manzanas.  
 g) Los bocadillos cuestan el doble que los refrescos.  
 h) La altura es tres quintas partes de la base.

- a) Un número:  $x$                       Otro número:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ x - y = 1 \end{array} \right\} \rightarrow x = 8, y = 7$$

- b) Un número:  $x$                       Otro número:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + 2y = 52 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 16 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 4y = 104 \\ 3x + 4y = 192 \end{array} \right\} \rightarrow x = 44, y = 15$$

- c) Edad del padre:  $x$                       Edad del hijo:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 28 \\ x = 5y \end{array} \right\} \rightarrow x = 35, y = 7$$

- d) Kilómetros recorridos por uno:  $x$                       Kilómetros recorridos por otro:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 20 \\ x = 2y \end{array} \right\} \rightarrow x = 40, y = 20$$

- e) Monedas de 1 €:  $x$                       Monedas de 50 céntimos:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x + 0,50y = 16,50 \\ x + y = 23 \end{array} \right\} \rightarrow x = 10, y = 13$$

- f) Precio de 1 kg de naranjas:  $x$                       Precio de 1 kg de manzanas:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 5,80 \\ x = y + 0,40 \end{array} \right\} \rightarrow x = 1,40; y = 1$$

- g) Precio de un bocadillo:  $x$                       Precio de un refresco:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 14 \\ x = 2y \end{array} \right\} \rightarrow x = 4, y = 2$$

- h) Altura:  $x$                       Ancho:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 32 \\ x = \frac{3}{5}y \end{array} \right\} \rightarrow x = 6, y = 10$$

# Sistemas de ecuaciones

- 057** Ana tiene 5 cromos más que Juan y entre los dos suman 59 cromos. ¿Cuántos cromos tiene cada uno?



Cromos de Ana:  $x$

Cromos de Juan:  $y$

Suma:  $x + y$

Diferencia:  $x - y$

$$\text{Sistema: } \left. \begin{array}{l} x + y = 59 \\ x - y = 5 \end{array} \right\}$$

Sumando las dos ecuaciones:  $2x = 64 \rightarrow x = 32, y = 27$

Ana tiene 32 cromos y Juan tiene 27 cromos.

- 058** En la clase de Alicia hay 21 alumnos, siendo 7 chicos más que chicas. ¿Cuántos alumnos y alumnas hay en la clase?

Chicos:  $x$

Chicas:  $y$

Suma:  $x + y$

Diferencia:  $x - y$

$$\text{Sistema: } \left. \begin{array}{l} x + y = 21 \\ x - y = 7 \end{array} \right\}$$

Sumando las dos ecuaciones:  $2x = 28 \rightarrow x = 14, y = 7$

Hay 14 alumnos y 7 alumnas.

- 059** Juan tiene un total de 13 bolígrafos y rotuladores, y hay 3 rotuladores más que bolígrafos. ¿Cuántos bolígrafos y rotuladores tiene?

Rotuladores:  $x$

Bolígrafos:  $y$

Suma:  $x + y$

Diferencia:  $x - y$

$$\text{Sistema: } \left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ x - y = 3 \end{array} \right\}$$

Sumando las dos ecuaciones:  $2x = 16 \rightarrow x = 8, y = 5$

Juan tiene 8 rotuladores y 5 bolígrafos.

- 060** María lleva en el monedero varias monedas de 20 y 5 céntimos. Di cuántas monedas tiene de cada tipo si son 12 monedas y suman un total de 1,50 €.

Monedas de 20 céntimos:  $x$

Monedas de 5 céntimos:  $y$

$$\text{Sistema: } \left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 0,20x + 0,05y = 1,5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot(-0,05)} \left. \begin{array}{l} -0,05x - 0,05y = -0,6 \\ 0,2x + 0,05y = 1,5 \end{array} \right\}$$

Sumando las dos ecuaciones:  $0,15x = 0,9 \rightarrow x = 6, y = 6$

María tiene 6 monedas de cada tipo.

- 061** En un taller, el número de coches es igual al doble del número de motos más 2. Calcula el número de coches y motos si en total hay 48 ruedas.



Coches:  $x$

Motos:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y + 2 \\ 4x + 2y = 48 \end{array} \right\}$$

$$4x + 2y = 48 \xrightarrow{x = 2y + 2} 8y + 8 + 2y = 48 \rightarrow y = 4, x = 10$$

Hay 10 coches y 4 motos.

- 062** Por un desierto avanza una caravana formada por camellos y dromedarios, con un total de 440 patas y 160 jorobas. ¿Cuántos camellos y dromedarios hay en la caravana?



Dromedarios:  $x$

Camellos:  $y$

Total de patas:  $4x + 4y = 440$

Total de jorobas:  $x + 2y = 160$

$$\text{Sistema: } \left. \begin{array}{l} 4x + 4y = 440 \\ x + 2y = 160 \end{array} \right\} \cdot (-2) \rightarrow \left. \begin{array}{l} 4x + 4y = 440 \\ -2x - 4y = -320 \end{array} \right\} \rightarrow 2x = 120$$

$$\rightarrow x = 60 \rightarrow 60 + 2y = 160 \rightarrow y = 50$$

Hay 60 dromedarios y 50 camellos.

- 063** Ana recibe el doble de dinero que su hermana como paga semanal, y entre las dos suman 30 €. ¿Cuál es la paga de cada una?

Paga de Ana:  $x$

Paga de su hermana:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y \\ x + y = 30 \end{array} \right\}$$

$$x + y = 30 \xrightarrow{x = 2y} 3y = 30 \rightarrow y = 10, x = 20$$

Ana recibe 20 € de paga y su hermana 10 €.



# Sistemas de ecuaciones

064



Una empresa de refrescos ha envasado 5 000 ℓ en 3 000 botellas de 1,5 ℓ y 2 ℓ.  
¿Cuántas botellas ha empleado de cada clase?

$$\begin{array}{l} \text{Botellas de 1,5 ℓ: } x \qquad \qquad \text{Botellas de 2 ℓ: } y \\ \left. \begin{array}{l} 1,5x + 2y = 5000 \\ x + y = 3000 \end{array} \right\} \rightarrow y = 3000 - x \\ 1,5x + 2y = 5000 \xrightarrow{y = 3000 - x} 1,5x + 6000 - 2x = 5000 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \rightarrow x = 2000, y = 1000 \end{array}$$

Ha empleado 2000 botellas de 1,5 ℓ y 1000 botellas de 2 ℓ.

065

## HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE PLANTEAN LOS PROBLEMAS DE EDADES MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES?

Plantea el siguiente problema:

«Calcula las edades de una madre y su hija, sabiendo que hace cuatro años la edad de la madre era el triple que la de la hija, y que dentro de ocho años será el doble».

PRIMERO. Se identifican las incógnitas.

Edad de la hija  $\longrightarrow x$   
Edad de la madre  $\rightarrow y$

SEGUNDO. Se indican los datos del problema.

	Hace 4 años	Actual	Dentro de 8 años
Hija	$x - 4$	$x$	$x + 8$
Madre	$y - 4$	$y$	$y + 8$

TERCERO. Se escriben las ecuaciones.

Hace cuatro años la edad de la madre era el triple que la de la hija  $\rightarrow y - 4 = 3(x - 4)$   
Dentro de ocho años será el doble  $\longrightarrow y + 8 = 2(x + 8)$

066



Halla las edades de dos personas si hace 10 años la primera tenía cuatro veces la edad de la segunda, y dentro de 20 años la edad de la primera será el doble que la de la segunda.

Edades:  $x, y$   
Hace 10 años:  $x - 10, y - 10$   
Dentro de 20 años:  $x + 20, y + 20$

$$\left. \begin{array}{l} x - 10 = 4(y - 10) \\ x + 20 = 2(y + 20) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 4y = -30 \\ x - 2y = 20 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cdot(-1)} \left. \begin{array}{l} x - 4y = -30 \\ -x + 2y = -20 \end{array} \right\}$$

Sumando:  $-2y = -50 \rightarrow y = 25, x = 70$

Una persona tiene 70 años y la otra, 25 años.

**067** Pablo tiene 8 años, y su hermana, 2 años. ¿Al cabo de cuántos años la edad de Pablo será el doble que la de su hermana?

Tiempo que ha de pasar:  $x$

La edad de Pablo es el doble que la de su hermana:

$$8 + x = 2(2 + x) \rightarrow 8 + x = 4 + 2x \rightarrow x = 4$$

Han de transcurrir 4 años.

**068** Tomás es 5 años mayor que Elena y, dentro de 10 años, la edad de Tomás será  $\frac{4}{3}$  de la edad de Elena. ¿Qué edad tiene Tomás?

Edad de Tomás:  $x$

Edad de Elena:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 5 \\ x + 10 = \frac{4(y + 10)}{3} \end{array} \right\}$$

$$x + 10 = \frac{4(y + 10)}{3} \xrightarrow{x = y + 5} y + 5 + 10 = \frac{4(y + 10)}{3}$$

$$\rightarrow 3y + 45 = 4y + 40 \rightarrow y = 5, x = 10$$

Tomás tiene 10 años y Elena tiene 5 años.

**069** Cambiamos el valor de varias monedas de 1 céntimo de euro por monedas de 5 céntimos, obteniendo 60 monedas menos. ¿Cuántas monedas son de cada clase?

Monedas de 1 céntimo:  $x$

Monedas de 5 céntimos:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x = 5y \\ x = y + 60 \end{array} \right\}$$

$$5y = y + 60 \rightarrow y = 15, x = 75$$

Son 75 monedas de 1 céntimo o 15 monedas de 5 céntimos.

**070** Encuentra un número de tres cifras que cumpla las siguientes condiciones:

- Que sea múltiplo de 9.
- Cuya cifra de las decenas sea 5.
- Que intercambiando la cifra de unidades y centenas, disminuya en 198.

El número será de la forma  $x5y$  o, lo que es lo mismo,  $100x + 50 + y$ .

Por ser múltiplo de 9, la suma:  $x + 5 + y$  es múltiplo de 9

Y por la tercera condición:

$$100x + 50 + y = 100y + 50 + x + 198 \rightarrow 99x - 99y = 198$$

$$\rightarrow x - y = 2 \rightarrow x = 2 + y$$

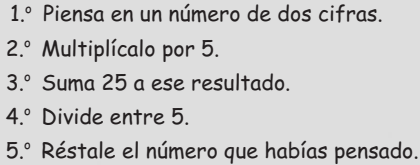
Tenemos que  $x + 5 + y = 2 + y + 5 + y = 2y + 7$  es múltiplo de 9, y como  $y$  debe estar entre 1 y 9, y además es un número natural,  $y = 1$ .

Así, el número buscado es 351.

# Sistemas de ecuaciones

071

Realiza estos cálculos y contesta.

- 
- 1.º Piensa en un número de dos cifras.
  - 2.º Multiplícalo por 5.
  - 3.º Suma 25 a ese resultado.
  - 4.º Divide entre 5.
  - 5.º Réstale el número que habías pensado.

Prueba con otros números. ¿Obtienes siempre el mismo resultado?  
¿Sabrías expresar algebraicamente lo que has hecho?

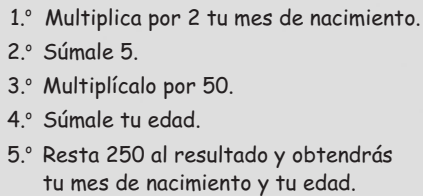
- 1.º Piensa en un número:  $x$
- 2.º Multiplícalo por 5:  $5x$
- 3.º Súmale 25:  $5x + 25$
- 4.º Divide entre 5:  $(5x + 25) : 5 = x + 5$
- 5.º Réstale el número:  $x + 5 - x = 5$

Por tanto, el resultado es siempre 5.

072

Un mes se puede expresar con una sola cifra, como junio, que sería el mes 6, o con dos, como octubre, noviembre o diciembre. Pero en cualquier caso se puede escribir como  $10 \cdot a + b$ . Así, por ejemplo, marzo se puede escribir como  $10 \cdot a + b$ , donde  $a = 0$  y  $b = 3$ ; y diciembre, como  $10 \cdot a + b$ , donde  $a = 1$  y  $b = 2$ .

Siguiendo estas indicaciones, explica por qué se puede adivinar la edad y el mes de nacimiento de cualquier persona siguiendo estos pasos:

- 
- 1.º Multiplica por 2 tu mes de nacimiento.
  - 2.º Súmale 5.
  - 3.º Multiplícalo por 50.
  - 4.º Súmale tu edad.
  - 5.º Resta 250 al resultado y obtendrás tu mes de nacimiento y tu edad.

- 1.º Multiplica por 2 el mes de nacimiento:  $2(10a + b) = 20a + 2b$
- 2.º Súmale 5:  $20a + 2b + 5$
- 3.º Multiplícalo por 50:  $50(20a + 2b + 5) = 1000a + 100b + 250$
- 4.º Súmale tu edad ( $10x + y$ ):  $1000a + 100b + 250 + 10x + y$
- 5.º Réstale 250:  
 $1000a + 100b + 250 + 10x + y - 250 = 1000a + 100b + 10x + y$

El resultado es  $abxy$ , siendo las dos primeras cifras el mes, y las otras, la edad.

## PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

073

Alfonso proyecta hacer un viaje para conocer a sus primos.



Ha ido a la agencia de viajes para comprar los billetes de avión.



Según la información que aparece en el billete de ida, salen de Madrid el día 2 de mayo a las 10:00 h (hora de España) y llegan a Sidney a las 11:00 h (hora de Australia), pero del día 3 de mayo.



Y según el billete de vuelta, regresan desde Sidney el día 22 de mayo a las 11:00 h (hora de Australia) con destino a Madrid y llegan a las 16:00 h (hora de España) del mismo día.

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- a) Suponiendo que en los dos sitios fuese la misma hora, ¿cuánto tardarían en llegar a Sidney? ¿Y en volver?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- b) Si la duración del vuelo es la misma en ambos sentidos, ¿cuál es la diferencia horaria entre las dos ciudades?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- c) Si tienen que estar el día 3 de mayo en Sidney a las 18:00 h, ¿cuál es la hora límite para salir de Madrid y llegar a tiempo?



# Sistemas de ecuaciones

a) Ida:

Del 2 de mayo a las 10:00 h al 3 de mayo a las 00:00 h pasan 14 horas.

Del 3 de mayo a las 00:00 h al 3 de mayo a las 11:00 h pasan 11 horas.

En total,  $11 + 14 = 25$  horas duraría el viaje si en ambas ciudades fuese la misma hora.

Vuelta:

Del 22 de mayo a las 11:00 h al 22 de mayo a las 16:00 h pasan 5 horas.

El viaje de regreso duraría 5 horas si en ambas ciudades fuese la misma hora.

b) Duración del vuelo:  $x$

Diferencia horaria:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 25 \\ x - y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow x = 15, y = 10$$

La duración del vuelo es de 15 horas y la diferencia horaria es de 10 horas.

c) Las 18:00 h del día 3 de mayo en Sidney son las:  $18 - 10 = 8$  horas del 3 de mayo en Madrid.

Como el vuelo dura 15 horas:  $8 - 15 = -7$

Es decir, 7 horas menos que las 00:00 h del 2 de mayo. Por tanto, tienen que salir antes de las 17:00 h del 2 de mayo de Madrid.

074



**Cada vez que Mari Pili llama a sus amigas desde casa utilizando su teléfono móvil se produce la misma discusión.**



Para demostrar a su madre lo que dice, Mari Pili ha extraído un resumen de las dos últimas facturas de teléfono.

	Octubre	Diciembre
Minutos teléfono fijo	960	950
Minutos teléfono móvil	520	610
Total (€)	141,60 €	157,30 €

**ERES CAPAZ DE... COMPRENDER**

- a) Si costara lo mismo hablar un minuto con el teléfono fijo y con el teléfono móvil, ¿cuánto valdría el minuto de conversación en octubre? ¿Y en diciembre?
- b) Según el resultado obtenido, ¿crees que pueden costar lo mismo?

**ERES CAPAZ DE... RESOLVER**

- c) Si al hablar con el teléfono fijo el minuto costara a 0,09 céntimos, ¿cuánto costaría el minuto de teléfono móvil cada mes?
- d) ¿Crees que es posible que el precio por minuto de teléfono fijo sea 0,09 céntimos?

**ERES CAPAZ DE... DECIDIR**

- e) ¿Es cierto lo que dice Mari Pili, o tiene razón su madre?



- a) Minuto en octubre:

$$141,6 : (960 + 520) = 0,0957 \text{ €}$$

Minuto en Diciembre:

$$157,3 : (950 + 610) = 0,101 \text{ €}$$

- b) No puede costar lo mismo el minuto en fijo y móvil porque si no saldría el mismo precio en los dos meses.

- c) Mes de octubre:

$$[141,6 - (0,09 \cdot 960)] \cdot 520 = 0,106 \text{ €/min}$$

Mes de diciembre:

$$[157,3 - (0,09 \cdot 950)] \cdot 610 = 0,118 \text{ €/min}$$

- d) Si el precio por minuto del teléfono fijo fuera 0,09 €, el precio por minuto de teléfono móvil variaría de un mes a otro. El precio por minuto del teléfono fijo no puede ser 0,09 €.

- e) Precio del minuto en fijo:  $x$

Precio del minuto en móvil:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} 960x + 520y = 141,60 \\ 950x + 610y = 157,30 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 96x + 52y = 14,16 \\ 95x + 61y = 15,73 \end{array} \right\}$$

Restando las dos ecuaciones:  $x = 9y - 1,57$

$$\begin{aligned} 950x + 610y = 157,30 & \xrightarrow{x = 9y - 1,57} 950(9y - 1,57) + 610y = 157,30 \\ & \rightarrow 8550y - 1491,50 + 610y = 157,30 \\ & \rightarrow 9120y = 1648,80 \rightarrow y = 0,18 \end{aligned}$$

$$x = 9y - 1,57 \xrightarrow{y = 0,18} x = 0,06$$

El coste del minuto de teléfono fijo es 0,06 céntimos y el de móvil es 0,18 céntimos, por lo que Mari Pili no tiene razón.