7 Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

ACTIVIDADES INICIALES

7.I. Vamos a realizar un pequeño test aritmético. Multiplica 915 por 538. ¿Cuánto tiempo has tardado? ¿Quién ha sido el más rápido de la clase?

Actividad de práctica en clase.

7.II. Imagina que uno de los compañeros tiene una calculadora. ¿Afectaría esto al resultado del test anterior? Esta es la razón de utilizar el test Linpack, y no otra prueba que se pueda resolver de distintas formas, para medir la velocidad de los ordenadores.

Si un alumno dispone de calculadora, realizará la operación en pocos segundos. Sin ella, tardará bastante más.

7.III. Busca información sobre la velocidad de rendimiento de un ordenador de sobremesa, de un ordenador portátil y de las diferentes consolas.

Un PC moderno, que opera a unos 3 GHz, tiene un rendimiento de varios *gigaflops*. Las consolas más modernas tienen también un alto rendimiento, los fabricantes llegan a hablar de *teraflops*.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

7.1. Actividad resuelta.

7.2. (TIC) Halla las soluciones de la ecuación $2x + 6y = 28$ para los valores de las incógnitas.

a) $x = 5$ b) $x = 10$ c) $y = 1$ d) $y = \frac{1}{2}$

a) $2 \cdot 5 + 6y = 28 \rightarrow 10 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 18 \rightarrow y = 3$ Solución: $x = 5$; $y = 3$

b) $2 \cdot 10 + 6y = 28 \rightarrow 20 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 8 \rightarrow y = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ Solución: $x = 10$; $y = \frac{4}{3}$

c) $2x + 6 \cdot 1 = 28 \rightarrow 2x + 6 = 28 \rightarrow 2x = 22 \rightarrow x = 11$ Solución: $x = 11$; $y = 1$

d) $2x + 6 \cdot \frac{1}{2} = 28 \rightarrow 2x + 3 = 28 \rightarrow 2x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{2}$ Solución: $x = \frac{25}{2}$; $y = \frac{1}{2}$

7.3. (TIC) Halla tres soluciones de cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $x + y = 10$ **c)** $3x + y = 8$ **e)** $-x - 5y = 0$

b) $x - 2y = 4$ **d)** $2x - 3y = -1$ **f)** $-x - y = 4$

Podemos despejar una variable en función de la otra.

a) $x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$

Pueden servir: $\{x = 1;\ y = 9\}$; $\{x = -3;\ y = +13\}$; $\{x = 2{,}5;\ y = 7{,}5\}$

b) $x - 2y = 4 \rightarrow x = 4 + 2y$

Pueden servir: $\{x = 4;\ y = 0\}$; $\{x = 0;\ y = -2\}$; $\{x = 5;\ y = \frac{1}{2}\}$

c) $3x + y = 8 \rightarrow y = 8 - 3x$

Pueden servir: $\{x = 1;\ y = 5\}$; $\{x = -2;\ y = +14\}$; $\{x = \frac{1}{3};\ y = 7\}$

d) $2x - 3y = -1 \rightarrow x = \frac{3y - 1}{2}$

Pueden servir: $\{x = 1;\ y = 1\}$; $\{x = 7;\ y = 5\}$; $\{x = -1;\ y = -\frac{1}{3}\}$

e) $-x - 5y = 0 \rightarrow x = -5y$

Pueden servir: $\{x = 0;\ y = 0\}$; $\{x = -10;\ y = 2\}$; $\{x = -5;\ y = 1\}$

f) $-x - y = 4 \rightarrow y = -x - 4$

Pueden servir: $\{x = -1;\ y = -3\}$; $\{x = -0{,}5;\ y = -3{,}5\}$; $\{x = 10;\ y = -14\}$

7.4. Tomás ha leído 20 libros pertenecientes a dos colecciones. ¿Cuántos libros puede haber leído de cada colección?

a) Expresa con una ecuación la información del enunciado.

b) Si de la primera colección ha leído 8 libros, ¿cuántos ha leído de la segunda?

c) Y si de la segunda colección ha leído 9 libros, ¿cuántos ha leído de la primera?

a) N.º de libros leídos de la primera colección: x

N.º de libros leídos de la segunda colección: y

Ecuación: $x + y = 20$

b) $x = 8$ libros $\rightarrow 8 + y = 20 \rightarrow y = 20 - 8 = 12$

Ha leído 8 libros de la primera colección y 12 de la segunda.

c) $y = 9$ libros $\rightarrow x + 9 = 20 \rightarrow x = 20 - 9 = 11$

Ha leído 11 libros de la primera colección y 9 de la segunda.

7.5. **(TIC) Comprueba si los pares de valores indicados son solución del siguiente sistema:**

$$\begin{cases} -x - y = 7 \\ 2x + 3y = -9 \end{cases}$$

a) $x = 2,\ y = -9$ **b)** $x = 3,\ y = -5$ **c)** $x = -13,\ y = 5$

a) $x = 2$, $y = -9$

$\begin{cases} -2-(-9) = -2+9 = 7 \\ 2\cdot 2 + 3(-9) = 4-27 = -23 \neq -9 \end{cases}$ Sí se verifica la primera igualdad / No se verifica la segunda igualdad — No es solución.

b) $x = 3$, $y = -5$

$\begin{cases} -3-(-5) = -3+5 = 2 \neq 7 \\ 2\cdot 3 + 3(-5) = 6-15 = -9 \end{cases}$ No se verifica la primera igualdad / Sí se verifica la segunda igualdad — No es solución.

c) $x = -13$, $y = 5$

$\begin{cases} -(-13)-5 = 13-5 = 8 \\ 2\cdot(-13) + 3\cdot 5 = -26+15 = -11 \neq -9 \end{cases}$ No se verifica la primera igualdad / No se verifica la segunda igualdad — No es solución.

7.6. **Las edades de un padre y de su hija suman 48 años, y la diferencia entre la edad del padre y el doble de la edad de la hija es igual a 15 años. Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que exprese estos datos.**

Edad del padre: x

Edad de la hija: y

Las edades suman 48 → $x + y = 48$.

La diferencia entre la edad del padre y el doble de la de la hija es igual a 15 años: → $x - 2y = 15$.

Sistema: $\begin{cases} x + y = 48 \\ x - 2y = 15 \end{cases}$

7.7. **Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente a este problema: "La suma de dos números es igual a 6, y la diferencia del doble de los mismos es igual a 4".**

Número mayor: x

Número menor: y

La suma es 6 → $x + y = 6$

La diferencia del doble de los mismos es 4 → $2x - 2y = 4$.

Sistema: $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

7.8. **En un garaje hay 8 vehículos entre motos y coches, y entre todos tienen 20 ruedas. ¿Cómo podemos escribir esta información utilizando ecuaciones?**

Número de coches: x → Total de ruedas de coche: $4x$

Número de motos: y → Total de ruedas de moto: $2y$

Total de vehículos: 8 → $x + y = 8$

Total de ruedas: 20 → $4x + 2y = 20$

Sistema: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 4x + 2y = 20 \end{cases}$

7.9. Actividad interactiva.

7.10. Actividad resuelta.

7.11. Resuelve los siguientes sistemas utilizando una tabla.

a) $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x+y=17 \\ 4x+2y=56 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 2x+6y=48 \\ x+y=10 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 4x-y=10 \\ x+y=5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}$ Despejamos, por ejemplo, x en la primera ecuación: $x = 12 - y$.

Valores que damos a y	y	–1	0	1	2	4	5	6	7
Valores que toma x	$x = 12 - y$	13	12	11	10	8	7	6	5
Sustitución en el primer miembro de la otra ecuación. Debe dar 2.	x – y	–14	–12	–10	–8	–4	–2	0	2

Solución: $x = 5$; $y = 7$

b) $\begin{cases} x+y=17 \\ 4x+2y=56 \end{cases}$ Despejamos, por ejemplo, y en la primera ecuación: $y = 17 - x$.

Valores que damos a x	x	–1	0	1	2	8	10	11	12
Valores que toma y	$y = 17 - x$	18	17	16	15	9	7	6	5
Sustitución en el primer miembro de la otra ecuación. Debe dar 56.	$4x + 2y$	32	34	36	38	50	54	56	58

Solución: $x = 11$; $y = 6$

c) $\begin{cases} 2x+6y=48 \\ x+y=10 \end{cases}$ Despejamos, por ejemplo, y en la segunda ecuación: $y = 10 - x$.

Valores que damos a x	x	–1	0	1	2	3	4	…
Valores que toma y	$y = 10 - x$	11	10	9	8	7	6	…
Sustitución en el primer miembro de la otra ecuación. Debe dar 48.	$2x + 6y$	64	60	56	52	48	44	…

Solución: $x = 3$; $y = 7$

d) $\begin{cases} 4x-y=10 \\ x+y=5 \end{cases}$ Despejamos, por ejemplo, y en la segunda ecuación: $y = 5 - x$.

Valores que damos a x	x	–1	0	1	2	3	4	…
Valores que toma y	$y = 5 - x$	6	5	4	3	2	1	…
Sustitución en el primer miembro de la otra ecuación. Debe dar 10.	$4x - y$	–10	–5	0	5	10	15	…

Solución: $x = 3$; $y = 2$

7.12. La suma de dos números es igual a 8, y la diferencia entre el doble del primero y el segundo es 1.

Calcula los números utilizando una tabla.

Primer número: x

Segundo número: y

La suma es 8: $x + y = 8$.

La diferencia entre el doble del primero y el segundo es 1: $2x - y = 1$.

Sistema: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ Despejamos, por ejemplo, y en la primera ecuación: $y = 8 - x$.

Valores que damos a x	x	–1	0	1	2	3	4	…	
Valores que toma y	$y = 8 - x$	9	8	7	6	5	4	…	
Sustitución en el primer miembro de la otra ecuación. Debe dar 1.	$2x - y$	–11	–8	–5	–2	1	4	…	

Solución: $x = 3$; $y = 5$

Los números son el 3 y el 5.

7.13. Actividad interactiva.

7.14. Actividad resuelta.

7.15. Resuelve por el método de sustitución.

a) $\begin{cases} \mathbf{3x + y = 10} \\ \mathbf{x + 3y = 6} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \mathbf{3x - 4y = 26} \\ \mathbf{x - 8y = 22} \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$ Despejamos, por ejemplo, y en la primera ecuación: $y = 10 - 3x$

Sustituimos en la segunda ecuación: $x + 3 \cdot (10 - 3x) = 6$

Resolvemos la ecuación resultante: $x + 30 - 9x = 6 \rightarrow -8x + 30 = 6 \rightarrow -8x = -24 \rightarrow x = 3$

Sustituimos en la ecuación despejada: $y = 10 - 3 \cdot 3 = 10 - 9 = 1$

Solución: $x = 3$; $y = 1$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$ Despejamos, por ejemplo, x en la segunda ecuación: $x = 22 + 8y$.

Sustituimos en la segunda ecuación: $3 \cdot (22 + 8y) - 4y = 26$

Resolvemos la ecuación resultante: $66 + 24y - 4y = 26 \rightarrow 20y = -40 \rightarrow y = -2$

Sustituimos en la ecuación despejada: $x = 22 + 8 \cdot (-2) = 22 - 16 = 6$

Solución: $x = 6$; $y = -2$

7.16. Actividad interactiva.

7.17. Actividad resuelta.

7.18. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción.

a) $\begin{cases} 3x + 11y = 67 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} -2x + 5y = 22 \\ 3x - 6y = -27 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 2x - y = -16 \\ 4x + 3y = -12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 4x + 7y = -56 \\ -2x - 5y = 40 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 9y = 10 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 11y = 67 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases} \xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\substack{\text{1.ª ecuación} \cdot 5 \\ \text{2.ª ecuación} \cdot 3}} \begin{cases} 15x + 55y = 335 \\ \underline{15x - 9y \ = \ 15} \\ \quad 64y \ = \ 320 \end{cases} \rightarrow y = 5$

Sustituimos $y = 5$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de x:

$5x - 3 \cdot 5 = 5 \rightarrow 5x - 15 = 5 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$

La solución es: $x = 4$; $y = 5$.

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases} \xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\substack{\text{1.ª ecuación} \cdot 3 \\ \text{2.ª ecuación} \cdot 2}} \begin{cases} 6x + 9y = 51 \\ \underline{6x + 4y = 36} \\ \quad 5y = 15 \end{cases} \rightarrow y = 3$

Sustituimos $y = 3$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de x:

$2x + 3 \cdot 3 = 17 \rightarrow 2x + 9 = 17 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$

La solución es: $x = 4$; $y = 3$.

c) $\begin{cases} -2x + 5y = 22 \\ 3x - 6y = -27 \end{cases} \xrightarrow[\text{Sumamos las ecuaciones}]{\substack{\text{1.ª ecuación} \cdot 3 \\ \text{2.ª ecuación} \cdot 2}} \begin{cases} -6x + 15y = 66 \\ \underline{6x - 12y = -54} \\ \quad 3y \ = \ 12 \end{cases} \rightarrow y = 4$

Sustituimos $y = 4$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de x:

$3x - 6 \cdot 4 = -27 \rightarrow 3x - 24 = -27 \rightarrow 3x = -3 \rightarrow x = -1$

La solución es: $x = -1$; $y = 4$.

d) $\begin{cases} 4x + 7y = -56 \\ -2x - 5y = 40 \end{cases} \xrightarrow[\text{Sumamos las ecuaciones}]{\text{Multiplicamos por 2}} \begin{cases} 4x + 7y = -56 \\ \underline{-4x - 10y \ = 80} \\ \quad -3y \ = 24 \end{cases} \rightarrow y = -8$

Sustituimos $y = -8$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de x:

$4x + 7 \cdot (-8) = -56 \rightarrow 4x - 56 = -56 \rightarrow 4x = 0 \rightarrow x = 0$

La solución es: $x = 0$; $y = -8$.

e) $\begin{cases} 2x - y = -16 \\ 4x + 3y = -12 \end{cases} \xrightarrow[\text{Sumamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 3} \begin{cases} 6x - 3y = -48 \\ \underline{4x + 3y \ = -12} \\ 10x \quad = -60 \end{cases} \rightarrow x = -6$

Sustituimos $x = -6$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de y:

$2 \cdot (-6) - y = -16 \rightarrow -12 - y = -16 \rightarrow -y = -4 \rightarrow y = 4$

La solución es: $x = -6$; $y = 4$.

f) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 9y = 10 \end{cases} \xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 4x + 6y = 16 \\ \underline{4x + 9y \ = 10} \\ \quad -3y = 6 \end{cases} \rightarrow y = -2$

Sustituimos $y = -2$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de x:

$2x + 3 \cdot (-2) = 8 \rightarrow 2x - 6 = 8 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$

La solución es: $x = 7$; $y = -2$.

7.19. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción doble.

a) $\begin{cases} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 7x - 3y = 52 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 8x + 20y = 15 \\ 8x + 4y = 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 24x - 12y = 1 \\ 18x - 19y = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \end{cases}$

Eliminamos x

$$\xrightarrow{\text{Sumamos}} \begin{cases} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \\ \hline 7y = 4 \end{cases} \rightarrow y = \frac{4}{7}$$

Eliminamos y

$$\xrightarrow[\text{Sumamos}]{\substack{1.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 3 \\ 2.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 2}} \begin{cases} 21x - 42y = -15 \\ -14x + 42y = 18 \\ \hline 7x \quad = 3 \end{cases} \rightarrow x = \frac{3}{7}$$

Solución: $x = \frac{3}{7}$; $y = \frac{4}{7}$

b) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 7x - 3y = 52 \end{cases}$

Eliminamos x

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\substack{1.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 7 \\ 2.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 3}} \begin{cases} 21x + 42y = 273 \\ 21x - 9y = 156 \\ \hline 51y = 117 \end{cases} \rightarrow y = \frac{117}{51} = \frac{39}{17}$$

Eliminamos y

$$\xrightarrow[\text{Sumamos}]{2.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 14x - 6y = 104 \\ \hline 17x \quad = 143 \end{cases} \rightarrow x = \frac{143}{17}$$

Solución: $x = \frac{143}{17}$; $y = \frac{39}{17}$

c) $\begin{cases} 8x + 20y = 15 \\ 8x + 4y = 5 \end{cases}$

Eliminamos x

$$\xrightarrow{\text{Restamos}} \begin{cases} 8x + 20y = 15 \\ 8x + \ \ 4y = 5 \\ \hline 16y = 10 \end{cases} \rightarrow y = \frac{5}{8}$$

Eliminamos y

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\text{Multiplicamos por 5}} \begin{cases} 8x + 20y = \ 15 \\ 40x + 20y = \ 25 \\ \hline -32x \quad = -10 \end{cases} \rightarrow x = \frac{5}{16}$$

Solución: $x = \frac{5}{16}$; $y = \frac{5}{8}$

d) $\begin{cases} 24x - 12y = 1 \\ 18x - 19y = 5 \end{cases}$

Eliminamos x, m. c. m. (24,18)=72

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\substack{1.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 3 \\ 2.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 4}} \begin{cases} 72x - 36y = 3 \\ 72x - 76y = 20 \\ \hline 40y = -17 \end{cases} \rightarrow y = \frac{-17}{40}$$

Eliminamos y, m. c. m. (12,19)=228

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\substack{1.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 19 \\ 2.^{\text{a}} \text{ ecuación} \cdot 12}} \begin{cases} 456x - 228y = \ 19 \\ 216x - 228y = \ 60 \\ \hline 240x \quad = -41 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-41}{240}$$

Solución: $x = \frac{-41}{240}$; $y = \frac{-17}{40}$

7.20. Actividad interactiva.

7.21. El perímetro de una piscina mide 70 metros, y el largo es dos veces y medio mayor que el ancho.

Largo: x metros

Ancho: y metros Sistema: $\begin{cases} 2x + 2y = 70 \\ x = 2{,}5y \end{cases}$

Resolución: sustituyo en la primera ecuación: $2 \cdot (2{,}5y) + 2y = 70 \rightarrow 5y + 2y = 70 \rightarrow 7y = 70 \rightarrow y = 10$.

$x = 2{,}5 \cdot 10 = 25$

Solución: la piscina mide 25 metros de largo y 10 metros de ancho.

7.22. Un hotel tiene habitaciones dobles (con dos camas) y sencillas (con una cama). En total tiene 84 habitaciones y 154 camas. ¿Cuántas habitaciones hay de cada clase?

N.º de habitaciones dobles: x $\rightarrow$ N.º de camas en las dobles: $2x$

N.º de habitaciones sencillas: y $\rightarrow$ N.º de camas en las sencillas: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 84 \\ 2x + y = 154 \end{cases}$ $\rightarrow$ Eliminamos la y: $\xrightarrow{\text{Restamos}} \begin{cases} x + y = 84 \\ \underline{2x + y = 154} \\ -x = -70 \end{cases} \rightarrow x = 70$

$70 + y = 84 \rightarrow y = 14$

Solución: el hotel tiene 70 habitaciones dobles y 14 sencillas.

7.23. Se necesitan 72 metros de valla para cercar una parcela rectangular. El largo de la parcela excede en 4 metros el ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?

Ancho: x, largo: y

Sistema: $\begin{matrix} \text{Del perímetro} \\ \text{El largo excede 4 m el ancho} \end{matrix} \begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ y = x + 4 \end{cases}$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$2x + 2(x + 4) = 72 \rightarrow 2x + 2x + 8 = 72 \rightarrow 4x + 8 = 72 \rightarrow 4x = 64 \rightarrow x = 16$

De donde $y = 16 + 4 = 20$

Solución: las dimensiones del rectángulo son 16 metros de ancho por 20 metros de largo.

7.24. A un librero le llegan dos pedidos de libros. El primero contiene 4 ejemplares del Quijote y 2 de Hamlet, y cuesta 140 euros. El segundo contiene 1 ejemplar del Quijote y 3 de Hamlet, y cuesta 60 euros. ¿Cuánto cuesta un ejemplar de cada libro?

Precio del *Quijote*: x; precio de *Hamlet*: y

Sistema: $\begin{matrix} \text{Del primer pedido} \\ \text{Del segundo pedido} \end{matrix} \begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ x + 3y = 60 \end{cases}$ Resolveremos por reducción:

Eliminamos x

$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\text{2.ª ecuación} \cdot 4} \begin{cases} 4x + 2y = 140 \\ \underline{4x + 12y = 240} \\ -10y = -100 \end{cases} \rightarrow y = 10$

Sustituyendo en la segunda ecuación: $x + 3 \cdot 10 = 60 \rightarrow x + 30 = 60 \rightarrow x = 30$.

Solución: El *Quijote* cuesta 30 €, y *Hamlet*, 10 €.

7.25. La edad de Araceli es el doble de la de su hermano Jesús. Hace 5 años, la suma de sus edades era igual a la edad actual de Araceli. ¿Cuál es la edad de cada uno?

Edad de Araceli hoy: x → Edad de Araceli hace 5 años: $x - 5$

Edad de Jesús hoy: y → Edad de Jesús hace 5 años: $y - 5$

La edad de Araceli es el doble de la de Jesús
Hace 5 años la suma de las edades era igual a la de Araceli hoy $\begin{cases} x = 2y \\ (x-5)+(y-5) = x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y = 10 \end{cases}$

Ya tenemos el valor de y, por lo que sustituyendo en la primera ecuación: $x = 2 \cdot 10 = 20$.

Solución: Araceli tiene 20 años, y Jesús, 10.

7.26. Francisco tiene 44 euros en monedas de 1 euro y billetes de 5 euros. El número de billetes es el doble que el de monedas. ¿Cuántas monedas y billetes tiene Francisco?

N.º de monedas: x, n.º de billetes: y

Sistema: Del total de dinero
En n.º de billetes es el doble que el de monedas $\begin{cases} x + 5y = 44 \\ y = 2x \end{cases}$

Sustituyendo en la primera ecuación: $x + 5 \cdot (2x) = 44 \rightarrow x + 10x = 44 \rightarrow 11x = 44 \rightarrow x = 4$.

De donde $y = 2 \cdot 4 = 8$

Solución: Francisco tiene 4 monedas de 1 € y 8 billetes de 5 €.

7.27. Encuentra dos números tales que el triple del primero aumentado en 4 sea igual al segundo, mientras que el doble del segundo disminuido en 2 sea 8 veces el primero.

Primer número: x; segundo número: y

Sistema: De la primera condición:
De la segunda condición: $\begin{cases} 3x + 4 = y \\ 2y - 2 = 8x \end{cases}$

Sustituyendo en la segunda ecuación: $2 \cdot (3x + 4) - 2 = 8x \rightarrow 6x + 8 - 2 = 8x \rightarrow 6x + 6 = 8x \rightarrow 6 = 2x$.

De donde: $x = 3 \rightarrow y = 3 \cdot 3 + 4 = 9 + 4 = 13$

Solución: el primer número es el 3, y el segundo, el 13.

EJERCICIOS

Ecuaciones con dos incógnitas

7.28. (TIC) Calcula el valor de *y* en las siguientes ecuaciones.

a) $x + y = 4$, siendo $x = 3$ **c) $2x + y = 6$, siendo $x = 2$**

b) $x - y = 8$, siendo $x = 10$ **d) $2x - y = 0$, siendo $x = 1{,}5$**

a) $x + y = 4$, siendo $x = 3 \rightarrow y = 1$. c) $2x + y = 6$, siendo $x = 2 \rightarrow y = 2$.

b) $x - y = 8$, siendo $x = 10 \rightarrow y = 2$. d) $2x - y = 0$, siendo $x = 1{,}5 \rightarrow y = 3$.

7.29. Halla tres soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $x + 2y = 60$ **b) $3x + 2y = 5$** **c) $-2x + 3y = 8$** **d) $-x - 6y = 3$**

a) $x + 2y = 60 \Rightarrow \{x = 60; y = 0\}$; $\{x = 0; y = 30\}$; $\{x = 50; y = 5\}$

b) $3x + 2y = 5 \Rightarrow \{x = 1; y = 1\}$; $\{x = \frac{1}{3}; y = 2\}$; $\{x = 3; y = -2\}$

c) $-2x + 3y = 8 \Rightarrow \{x = -1; y = 2\}$; $\{x = 2; y = 4\}$; $\{x = \frac{1}{2}; y = 3\}$

d) $-x - 6y = 3 \Rightarrow \{x = -3; y = 0\}$; $\{x = 0; y = \frac{-1}{2}\}$; $\{x = 15; y = -3\}$

7.30. Sea la ecuación $2x + 4y = 27$

a) Halla una solución para que x sea igual a 1,5.

b) ¿Cuántas soluciones tiene esta ecuación?

a) Sustituimos x por 1,5 y despejamos y: $2 \cdot (1,5) + 4y = 27 \rightarrow 3 + 4y = 27 \rightarrow 4y = 24 \rightarrow y = 6$.

La única solución en este caso es $x = 1,5$; $y = 6$.

b) La ecuación tiene infinitas soluciones. Podemos dar cualquier valor a una de las incógnitas y, para ese valor fijo, encontrar el valor de la otra tal y como se ha hecho en el apartado 1.

7.31. (TIC) Halla la solución de la ecuación $2x - y = 12$ si $y = -2$.

Si $y = -2 \rightarrow 2x - (-2) = 12 \rightarrow 2x + 2 = 12 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$.

Solución: $x = 5$; $y = -2$

7.32. (TIC) Se sabe que $x = 4$, $y = 1$ es una solución de la ecuación $3x - 5y = c$

a) ¿Cuál es la ecuación?

b) Halla dos soluciones más.

a) Por ser $x = 4$, $y = 1$ solución, al sustituir estos valores, la igualdad debe verificarse.

$3 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = c \rightarrow 12 - 5 = c \rightarrow 7 = c$

La ecuación es $3x - 5y = 7$

b) Para dar otras dos soluciones, si damos, por ejemplo, el valor $y = -2$, tenemos:

$3x - 5 \cdot (-2) = 7 \rightarrow 3x + 10 = 7 \rightarrow 3x = -3 \rightarrow x = -1$. Solución 1: $x = -1$; $y = -2$.

Si damos el valor $x = 0$, tenemos $3 \cdot 0 - 5y = 7 \rightarrow -5y = 7 \rightarrow y = \frac{-7}{5}$.

Solución 2: $x = 0$; $y = \frac{-7}{5}$.

7.33. Sea la ecuación lineal con dos incógnitas: $3x + y = 10$

a) Halla todas las soluciones enteras positivas.

b) Halla dos soluciones decimales.

c) Indica una solución en la que x e y sean pares.

d) Halla una solución en la que y sea negativa.

Para facilitar los cálculos, empezaremos despejando y: $y = 10 - 3x$.

a) Para dar las soluciones enteras positivas podemos ir dando valores enteros positivos a x:

Para $x = 1$, $y = 10 - 3 \cdot 1 = 10 - 3 = 7$; solución: $x = 1$; $y = 7$

Para $x = 2$, $y = 10 - 3 \cdot 2 = 10 - 6 = 4$; solución: $x = 2$; $y = 4$

Para $x = 3$, $y = 10 - 3 \cdot 3 = 10 - 9 = 1$; solución: $x = 3$; $y = 1$

Para valores de x enteros y mayores que 3 tenemos que $3x > 10$, por lo que $y = 10 - 3x$ será negativo.

b) Para obtener soluciones decimales, podemos dar a x valores decimales que no sean múltiplos enteros de $y = \frac{1}{3}$. Por ejemplo:

Para $x = 0,5$, $y = 10 - 3 \cdot 0,5 = 10 - 1,5 = 8,5$; solución: $x = 0,5$; $y = 8,5$

Para $x = 0,1$, $y = 10 - 3 \cdot 0,1 = 10 - 0,3 = 9,7$; solución: $x = 0,1$; $y = 9,7$

c) La solución $x = 2$, $y = 4$ obtenida en el apartado a puede servir. De hecho, es la única con ambas coordenadas positivas. Si queremos otra, basta dar, en este caso, a x un valor par.

d) La observación del apartado a permite encontrar múltiples soluciones con y negativo.

Por ejemplo, si $x = 4 \rightarrow y = 10 - 3 \cdot 4 = 10 - 12 = -2 \rightarrow$ Solución: $x = 4$; $y = -2$

Sistemas de ecuaciones. Soluciones

7.34. (TIC) Se tiene el sistema $\begin{cases} 2x+3y=16 \\ 5x-y=6 \end{cases}$

Averigua cuáles de los siguientes pares de números son solución del sistema.

a) $x = 5,\ y = 2$ **b)** $x = 1,\ y = -1$ **c)** $x = 2,\ y = 4$ **d)** $x = 0,\ y = -6$

a) $x = 5,\ y = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2\cdot 5+3\cdot 2=10+6=16 & \text{Sí se verifica la primera igualdad} \\ 5\cdot 5-2=25-2=23\neq 6 & \text{No se verifica la segunda igualdad} \end{cases} \Rightarrow$ No es solución.

b) $x = 1,\ y = -1 \Rightarrow \begin{cases} 2\cdot 1+3\cdot(-1)=2-3=-1\neq 16 & \text{No se verifica la primera igualdad} \\ 5\cdot 1-(-1)=5+1=6 & \text{Sí se verifica la segunda igualdad} \end{cases} \Rightarrow$ No es solución.

c) $x = 2,\ y = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2\cdot 2+3\cdot 4=4+12=16 & \text{Sí se verifica la primera igualdad} \\ 5\cdot 2-4=10-4=6 & \text{Sí se verifica la segunda igualdad} \end{cases} \Rightarrow$ Sí es solución.

d) $x = 0,\ y = -6 \Rightarrow \begin{cases} 2\cdot 0+3\cdot(-6)=0-18\neq 16 & \text{No se verifica la primera igualdad} \\ 5\cdot 0-(-6)=0+6=6 & \text{Sí se verifica la segunda igualdad} \end{cases} \Rightarrow$ No es solución.

7.35. Copia en tu cuaderno y completa el sistema $\begin{cases} x+y=\square \\ x+2y=\square \end{cases}$ **para que tenga esta solución:** $x = 5,\ y = 2$

Sustituyendo x e y en las dos ecuaciones tenemos: $\begin{cases} 5+2=\boxed{7} \\ 5+2\cdot 2=5+4=\boxed{9} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=\boxed{7} \\ x+2y=\boxed{9} \end{cases}$

7.36. ¿Cuánto tienen que valer *c* y *d* para que el siguiente sistema tenga por solución $x = 2,\ y = 1$**?**

$$\begin{cases} 6x+5y=c \\ 4x-3y=d \end{cases}$$

Sustituyendo x e y en las dos ecuaciones tenemos: $\begin{cases} 6\cdot 2+5\cdot 1=c \\ 4\cdot 2-3\cdot 1=d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12+5=c \\ 8-3=d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 17=c \\ 5=d \end{cases}$

c y d deben valer 17 y 5, respectivamente.

Resolución de sistemas por tablas

7.37. Fíjate en la tabla y di cuál es la solución del siguiente sistema. $\begin{cases} x+y=7 \\ x-3y=3 \end{cases}$

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
$y = 7 - x$	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
$x - 3y$	**–21**	**–17**	**–13**	**–9**	**–5**	**–1**	**3**	**7**

Como hemos despejado en la primera ecuación, los valores que hacen que se verifique la segunda ecuación son $x = 6,\ y = 1$.

x	0	1	2	3	4	5	**6**	7
$y = 7 - x$	7	6	5	4	3	2	**1**	0
$x - 3y$	–21	–17	–13	–9	–5	–1	**3**	7

7.38. (TIC) Copia en tu cuaderno y completa la tabla para hallar la solución de este sistema: $\begin{cases} x+y=8 \\ 2x-y=1 \end{cases}$.

y	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
x* = 8 – *y	**8**								
2*x* – *y*	**16**								

y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x = 8 – *y*	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2*x* – *y*	16	13	10	7	4	1	–2	–5	–8

La solución es $x = 3$, $y = 5$.

7.39. (TIC) Copia en tu cuaderno y completa la tabla para hallar la solución de este sistema: $\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+3y=15 \end{cases}$

y	**6**	**5**					
***x* = *y* + 5**	**11**						
2*x* + 3*y*	**40**						

y	6	5	4	3	2	1	0
x = *y* + 5	11	10	9	8	7	6	5
2*x* + 3*y*	40	35	30	25	20	15	10

La solución es $x = 1$, $y = 6$.

7.40. (TIC) Resuelve por tablas los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} x+y=12 \\ y-x=4 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x+y=10 \\ x-3y=2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x+y=12 \rightarrow y=12-x \\ y-x=4 \end{cases}$

x	0	1	2	3	4	5	6
y = 12 – *x*	12	11	10	9	8	7	6
y – *x*	12	10	8	6	4	2	0

Solución: $x = 4$, $y = 8$

b) $\begin{cases} x+y=10 \rightarrow y=10-x \\ x-3y=2 \end{cases}$

x	0	1	3	6	7	8	
y = 10 – *x*	10	9	7	4	3	2	
x – 3*y*	–30	–26	–18	–6	–2	2	

Solución: $x = 8$, $y = 2$

Resolución de sistemas por sustitución

7.41. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} x - y = 4 \\ 4y - x = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ y - x = 3 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} y + 1 = 3x \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$

Despejamos, por ejemplo, x en la segunda ecuación: $x = 22 + 8y$

Sustituimos en la primera ecuación: $3 \cdot (22 + 8y) - 4y = 26$

Resolvemos la ecuación resultante: $66 + 24y - 4y = 26 \rightarrow 20y = -40 \rightarrow y = -2$

Sustituimos en la ecuación despejada: $x = 22 + 8 \cdot (-2) = 22 - 16 = 6$

Solución: $x = 6$; $y = -2$

b) $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 0 \rightarrow x = y \end{cases}$

Sustituimos en la primera ecuación: $y + y = -2 \rightarrow 2y = -2 \rightarrow y = -1$

Damos este valor a y: $x = -1$

Solución: $x = -1$, $y = -1$

c) $\begin{cases} x + y = 10 \quad \rightarrow y = 10 - x \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$6x - 7 \cdot (10 - x) = 34 \rightarrow 6x - 70 + 7x = 34 \rightarrow 13x - 70 = 34 \rightarrow 13x = 104 \rightarrow x = 8$

Damos este valor a x: $y = 10 - 8 = 2$

Solución: $x = 8$, $y = 2$

d) $\begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ y - x = 3 \quad \rightarrow y = 3 + x \end{cases}$

Sustituimos en la primera ecuación:

$6x - 10 \cdot (3 + x) = 14 \rightarrow 6x - 30 - 10x = 14 \rightarrow -4x - 30 = 14 \rightarrow -4x = 44 \rightarrow x = -11$

Damos este valor a x: $y = 3 + (-11) = -8$

Solución: $x = -11$, $y = -8$

e) $\begin{cases} x - y = 4 \quad \rightarrow x = y + 4 \\ 4y - x = 14 \end{cases}$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$4y - (y + 4) = 14 \rightarrow 4y - y - 4 = 14 \rightarrow 3y - 4 = 14 \rightarrow 3y = 18 \rightarrow y = 6$

Damos este valor a y: $x = 6 + 4 = 10$

Solución: $x = 10$, $y = 6$

f) $\begin{cases} y + 1 = 3x \quad \rightarrow y = 3x - 1 \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$5x + 9 = 3(3x - 1) \rightarrow 5x + 9 = 9x - 3 \rightarrow 5x - 9x = -3 - 9 \rightarrow -4x = -12 \rightarrow x = 3$

Damos este valor a x: $y = 3 \cdot 3 + 1 = 9 + 1 = 10$

Solución: $x = 3$, $y = 10$

Resolución de sistemas por reducción

7.42. Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de reducción.

a) $\begin{cases} \mathbf{4x + 3y = 20} \\ \mathbf{-2x + 3y = 8} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \mathbf{-2x + 4y = 6} \\ \mathbf{2x + 3y = 8} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{3x + y = 10} \\ \mathbf{x + 3y = 6} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \mathbf{x + y = 1} \\ \mathbf{7x + 2y = 22} \end{cases}$

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$

Eliminamos la y: $\xrightarrow{\text{Restamos las ecuaciones}} \begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \\ \hline 6x \quad = 12 \end{cases} \rightarrow x = 2$

Sustituimos $x = 2$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de y:

$4 \cdot 2 + 3y = 20 \rightarrow 8 + 3y = 20 \rightarrow 3y = 12 \rightarrow y = 4$

La solución es: $x = 2$; $y = 4$.

b) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

Eliminamos la x: $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{Multiplicamos por 3}} \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 3x + 9y = 18 \\ \hline -8y = -8 \end{cases} \rightarrow y = 1$

Sustituimos $y = 1$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de x:

$x + 3 \cdot 1 = 6 \rightarrow x + 3 = 6 \rightarrow x = 3$

La solución es: $x = 3$; $y = 1$.

c) $\begin{cases} -2x + 4y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

Eliminamos la x: $\xrightarrow{\text{Sumamos las ecuaciones}} \begin{cases} -2x + 4y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \\ \hline 7y = 14 \end{cases} \rightarrow y = 2$

Sustituimos $y = 2$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de x:

$2x + 3 \cdot 2 = 8 \rightarrow 2x + 6 = 8 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$

La solución es: $x = 1$; $y = 2$.

d) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 7x + 2y = 22 \end{cases}$

Eliminamos la y: $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{Multiplicamos por 2}} \begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ 7x + 2y = 22 \\ \hline -5x \quad = -20 \end{cases} \rightarrow x = 4$

Sustituimos $x = 4$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de y:

$4 + y = 1 \rightarrow y = -3$

La solución es: $x = 4$; $y = -3$.

7.43. Resuelve por reducción los siguientes sistemas.

a) $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ -7x + 2y = 1 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x + 2 = y \\ 2y - 8 = 7x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ -7x + 2y = 1 \end{cases}$

Eliminamos la y: $\xrightarrow[\text{Sumamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 6x - 2y = -4 \\ \underline{-7x + 2y = 1} \\ -x \quad = -3 \end{cases} \rightarrow x = 3$

Sustituimos $x = 3$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de y:

$3 \cdot 3 - y = -2 \rightarrow 9 - y = -2 \rightarrow -y = -11 \rightarrow y = 11$

La solución es: $x = 3$; $y = 11$.

b) $\begin{cases} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$

Eliminamos la y: $\xrightarrow{\text{Restamos las ecuaciones}} \begin{cases} 6x + 2y = 80 \\ \underline{4x + 2y = 58} \\ 2x \quad = 22 \end{cases} \rightarrow x = 11$

Sustituimos $x = 11$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de y:

$6 \cdot 11 + 2y = 80 \rightarrow 66 + 2y = 80 \rightarrow 2y = 14 \rightarrow y = 7$

La solución es: $x = 11$; $y = 7$.

c) $\begin{cases} 3x + 2 = y \\ 2y - 8 = 7x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - y = -2 \\ -7x + 2y = 8 \end{cases}$

Eliminamos la y: $\xrightarrow[\text{Sumamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 6x - 2y = -4 \\ \underline{-7x + 2y = 8} \\ -x \quad = 4 \end{cases} \rightarrow x = -4$

Sustituimos $x = -4$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de y:

$3 \cdot (-4) + 2 = y \rightarrow -12 + 2 = y \rightarrow -10 = y$

La solución es: $x = -4$; $y = -10$.

d) $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

Eliminamos la y: $\xrightarrow[\text{Sumamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 3} \begin{cases} 3x - 3y = 15 \\ \underline{2x + 3y = 5} \\ 5x \quad = 20 \end{cases} \rightarrow x = 4$

Sustituimos $x = 4$ en una de las ecuaciones para hallar el valor de y:

$4 - y = 5 \rightarrow -y = 1 \rightarrow y = -1$

La solución es: $x = 4$; $y = -1$.

7.44. Resuelve por el método de reducción doble los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} \mathbf{3x + 6y = 39} \\ \mathbf{9x - 4y = 52} \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \mathbf{x + 5y = -2} \\ \mathbf{4x - 2y = 3} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{4x + 3y = 8} \\ \mathbf{2x + 5y = 8} \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} \mathbf{18x + 30y = 19} \\ \mathbf{8x + 3y = 8} \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 9x - 4y = 52 \end{cases}$

Eliminamos x

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 3} \begin{cases} 9x + 18y = 117 \\ \underline{9x - 4y = 52} \\ \qquad 22y = 65 \end{cases} \to y = \frac{65}{22}$$

Eliminamos y

$$\xrightarrow[\text{Sumamos}]{\substack{\text{1.ª ecuación} \cdot 2 \\ \text{2.ª ecuación} \cdot 3}} \begin{cases} 6x + 12y = 78 \\ \underline{27x - 12y = 156} \\ 33x \qquad = 234 \end{cases} \to x = \frac{78}{11}$$

Solución: $x = \dfrac{78}{21}; y = \dfrac{65}{22}$

b) $\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$

Eliminamos x

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\text{2.ª ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ \underline{4x + 10y = 16} \\ \qquad -7y = -8 \end{cases} \to y = \frac{8}{7}$$

Eliminamos y

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\substack{\text{1.ª ecuación} \cdot 5 \\ \text{2.ª ecuación} \cdot 3}} \begin{cases} 20x + 15y = 40 \\ \underline{\ \ 6x + 15y = 24} \\ 14x \qquad = 16 \end{cases} \to x = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

Solución: $x = \dfrac{8}{7}; y = \dfrac{8}{7}$

c) $\begin{cases} x + 5y = -2 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$

Eliminamos x

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 4} \begin{cases} 4x + 20y = -8 \\ \underline{4x \ - 2y = 3} \\ \qquad 22y = -11 \end{cases} \to y = \frac{-1}{2}$$

Eliminamos y

$$\xrightarrow[\text{Sumamos}]{\substack{\text{1.ª ecuación} \cdot 2 \\ \text{2.ª ecuación} \cdot 5}} \begin{cases} 2x + 10y = -4 \\ \underline{20x - 10y = 15} \\ 22x \qquad = 11 \end{cases} \to x = \frac{1}{2}$$

Solución: $x = \dfrac{1}{2}; y = \dfrac{-1}{2}$

d) $\begin{cases} 18x + 30y = 19 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

Eliminamos x mcm(18,8)=72

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\substack{\text{1.ª ecuación} \cdot 4 \\ \text{2.ª ecuación} \cdot 9}} \begin{cases} 72x + 120y = 76 \\ \underline{72x + 27y = 72} \\ \qquad 93y = 4 \end{cases} \to y = \frac{4}{93}$$

Eliminamos y

$$\xrightarrow[\text{Restamos}]{\text{2.ª ecuación} \cdot 10} \begin{cases} 18x + 30y = 19 \\ \underline{80x + 30y = 80} \\ -62x \qquad = -61 \end{cases} \to x = \frac{61}{62}$$

Solución: $x = \dfrac{61}{62}; y = \dfrac{4}{93}$

7.45. Haz las operaciones con las ecuaciones de cada sistema y elige el método para resolverlos.

a) $\begin{cases} 3x+y-10=0 \\ 2(x+3y)=12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+3=y-3 \\ 2(x+3)=6-y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4(2-x)=3y \\ 2(2-x)=2(y-2) \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x+3y=4x-9 \\ 3(x+y)=13-2(4-5y) \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x+y-10=0 \\ 2(x+3y)=12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+y=10 \rightarrow y=10-3x \\ 2x+6y=12 \end{cases}$

Método: sustitución. $y = 10 - 3x$

$2x + 6(10 - 3x) = 12$

$2x + 60 - 18x = 12$

$-16x = -48 \rightarrow x = 3$

Sustituimos en la ecuación despejada: $y = 10 - 3 \cdot 3 = 10 - 9 = 1$

Solución: $x = 3$, $y = 1$

b) $\begin{cases} x+3=y-3 \\ 2(x+3)=6-y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-y=-6 \\ 2x+6=6-y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-y=-6 \\ 2x+y=0 \end{cases}$

Método: reducción $\xrightarrow{\text{Sumamos las ecuaciones}} \begin{cases} x-y=-6 \\ 2x+y=0 \\ \hline 3x \quad =-6 \end{cases} \rightarrow x=-2$

Sustituimos: $-2 - y = -6 \rightarrow y = 4$

Solución: $x = -2$; $y = 4$

c) $\begin{cases} 4(2-x)=3y \\ 2(2-x)=2(y-2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8-4x=3y \\ 4-2x=2y-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x+3y=8 \\ 2x+2y=8 \end{cases}$

Método: reducción $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{2.ª ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 4x+3y=8 \\ 4x+4y=16 \\ \hline -y=-8 \end{cases} \rightarrow y=8$

Sustituimos: $2x + 2 \cdot 8 = 8 \rightarrow 2x + 16 = 8 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$

Solución: $x = -4$; $y = 8$

d) $\begin{cases} 5x+3y=4x-9 \\ 3(x+y)=13-2(4-5y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3y=-9 \\ 3x+3y=13-8+10y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3y=-9 \rightarrow x=-9-3y \\ 3x-7y=5 \end{cases}$

Método: sustitución. $3 \cdot (-9 - 3y) - 7y = 5 \rightarrow -27 - 9y - 7y = 5 \rightarrow -16y = 32 \rightarrow y = -2$

$x = -9 - 3 \cdot (-2) = -9 + 6 = -3$

Solución: $x = -3$; $y = -2$

7.46. Resuelve los siguientes sistemas por el método que prefieras.

a) $\begin{cases} \dfrac{x+5}{6} - \dfrac{y-5}{2} = -3 \\ \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = -39 - x \\ -4x + 3y = \dfrac{90+7x}{2} \end{cases}$ d)

b) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{3} = x - y \\ 2y - x = \dfrac{y+2}{6} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{2x+y}{2} - \dfrac{y-2x}{3} = -1 \\ -3x + 2y = \dfrac{4y+x}{3} + 2(x+y) \end{cases}$

a) $\begin{cases} \dfrac{x+5}{6} - \dfrac{y-5}{2} = -3 \\ \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5-3(y-5) = -18 \\ 2(x-1) = 3(y+1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5-3y+15 = -18 \\ 2x-2 = 3y+3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-3y = -38 \\ 2x-3y = 5 \end{cases}$

Método: reducción.

Restamos las ecuaciones: $x = 43$

Sustituimos: $43 - 3y = -38 \rightarrow -3y = -81 \rightarrow y = 27$

Solución: $x = 43$; $y = 27$

b) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{3} = x - y \rightarrow \\ 2y - x = \dfrac{y+2}{6} \rightarrow \end{cases} \begin{cases} x+2 = 3(x-y) \\ 6(2y-x) = y+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2 = 3x-3y \\ 12y-6x = y+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+3y = -2 \\ -6x+11y = 2 \end{cases}$

Método: reducción $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 3} \begin{cases} -6x + 9y = -6 \\ -6x + 11y = 2 \\ \hline \quad -2y = -8 \rightarrow y = 4 \end{cases}$

Sustituimos: $-2x + 3 \cdot 4 = -2 \rightarrow -2x + 12 = -2 \rightarrow -2x = -14 \rightarrow x = 7$

Solución: $x = 7$; $y = 4$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = -39 - x \\ -4x + 3y = \dfrac{90+7x}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -39 \\ -8x + 6y = 90 + 7x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -39 \\ -15x + 6y = 90 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -13 \rightarrow y = 2x + 13 \\ -5x + 2y = 30 \end{cases}$

Método: sustitución. $-5x + 2(2x + 13) = 30 \rightarrow -5x + 4x + 26 = 30 \rightarrow -x = 4 \rightarrow x = -4$

Sustituimos: $y = 2 \cdot (-4) + 13 = -8 + 13 = 5$

Solución: $x = -4$; $y = 5$

d) $\begin{cases} \dfrac{2x+y}{2} - \dfrac{y-2x}{3} = -1 \\ -3x + 2y = \dfrac{4y+x}{3} + 2(x+y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3(2x+y) - 2(y-2x) = -6 \\ 3(-3x+2y) = 4y + x + 6(x+y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x + 3y - 2y + 4x = -6 \\ -9x + 6y = 4y + x + 6x + 6y \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 10x + y = -6 \\ -16x - 4y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10x + y = -6 \\ -4x - y = 0 \end{cases}$

Método: reducción.

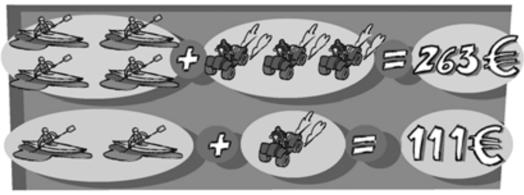
Sumamos las ecuaciones: $6x = -6 \rightarrow x = -1$

Sustituimos: $10 \cdot (-1) + y = -6 \rightarrow -10 + y = -6 \rightarrow y = 4$

Solución: $x = -1$; $y = 4$

PROBLEMAS.

7.47. Un club deportivo organiza actividades de aventura. Joel ha hecho descenso en piragua y excursión en quads en dos ocasiones y ha pagado los siguientes precios.



¿Cuánto cuesta cada actividad suelta?

Coste de un descenso en piragua: x

Coste de una excursión en quad: y

Sistema: $\begin{cases} 4x + 3y = 263 \\ 2x + y = 111 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $y = 111 - 2x \rightarrow 4x + 3(111 - 2x) = 263$

$4x + 333 - 6x = 263 \rightarrow -2x = 263 - 333 = -70 \rightarrow x = 35$

Sustituimos el valor de x: $y = 111 - 2 \cdot 35 = 111 - 70 = 41$

Un descenso en piragua cuesta 35 euros, y una excursión en quad, 41.

7.48. En un estante hay 20 CD de música pop y de música clásica. De los primeros hay 6 discos más que de los otros. Calcula su número utilizando un sistema de ecuaciones.

N.º de discos de música clásica: x

N.º de discos de música pop: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 20 \\ y = x + 6 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $x + (x + 6) = 20$

$x + x + 6 = 20 \rightarrow 2x = 20 - 6 = 14 \rightarrow x = 7$

Sustituimos el valor de x: $y = 7 + 6 = 13$

En el estante hay 7 discos de música clásica y 13 de música pop.

7.49. Olalla y Esperanza han creado una sociedad de servicios informáticos. En una semana ingresan 1800 euros entre las dos. Esperanza ha ingresado 120 euros más que Olalla. ¿Cuánto ha ingresado cada una?

Ingresos de Olalla: x

Ingresos de Esperanza: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 1800 \\ y = x + 120 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $x + x + 120 = 1800$

$2x = 1800 - 120 = 1680 \rightarrow x = 840$

Sustituimos el valor de x: $y = 840 + 120 = 960$

Olalla ha ingresado 840 euros, y Esperanza, 960.

7.50. Dos recipientes contienen 24 litros de agua entre los dos. Si de uno de ellos se trasvasan 6 litros al otro, ambos llegan a contener la misma cantidad de agua. Calcula cuántos litros contiene cada recipiente.

Litros de agua que contiene un recipiente: x → Después de trasvasar: $x - 6$

Litros de agua que contiene el otro recipiente: y → Después de trasvasar: $y + 6$

Sistema: $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 6 = y + 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 12 \end{cases}$

Sumamos las ecuaciones: $2x = 36 \rightarrow x = 18$

Sustituimos x: $18 + y = 24 \rightarrow y = 24 - 18 = 6$

Un recipiente contiene 18 litros de agua, y el otro, 6.

7.51. La suma de dos números es 45, y su diferencia es 19. ¿Cuáles son estos números?

Número mayor: x

Número menor: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 19 \end{cases}$

Resolución (por reducción): sumamos las ecuaciones: $2x = 64 \rightarrow x = 32$

Sustituyendo x: $32 + y = 45 \rightarrow y = 13$

El número mayor es 32, y el menor, 13.

7.52. Un examen consta de varios problemas de álgebra y de geometría. Marta resuelve bien 4 problemas de álgebra y 2 de geometría, obteniendo una calificación de 8 puntos. Abel resuelve bien 2 problemas de álgebra y 4 de geometría, obteniendo una calificación de 7 puntos. Si los problemas de un mismo tipo tienen la misma puntuación, ¿cuántos puntos vale cada problema?

Puntuación de los ejercicios de álgebra: x

Puntuación de los ejercicios de geometría: y

Sistema: $\begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ 2x + 4y = 7 \end{cases}$

Resolución (por reducción): $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{2.ª ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ 4x + 8y = 14 \\ \hline -6y = -6 \end{cases} \rightarrow y = 1$

Sustituimos: $4x + 2 \cdot 1 = 8 \rightarrow 4x + 2 = 8 \rightarrow 4x = 6 \rightarrow x = 1{,}5$

Solución: $x = 1{,}5$; $y = 1$

Los problemas de álgebra valen 1 punto, y los de geometría, 1,5 puntos.

7.53. En un cajón de una papelería guardan dos tipos de bolígrafos: hay cajas con 12 bolígrafos azules y cajas con 16 bolígrafos rojos. En total hay 10 cajas y 144 bolígrafos. ¿Cuántas cajas hay de cada clase? Plantea las ecuaciones del sistema y resuélvelo por tablas y por otro método.

Cajas con bolígrafos azules: x

Cajas con bolígrafos rojos: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 10 \\ 12x + 16y = 144 \end{cases}$

Resolución por tablas:

x	10	9	8	7	6	5	**4**	3	2
y	0	1	2	3	4	5	**6**	7	8
$12x + 16y$	120	124	128	132	136	140	**144**	148	152

Resolución por el método de reducción:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 12x + 16y = 144 \end{cases} \xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 16} \begin{cases} 16x + 16y = 160 \\ 12x + 16y = 144 \\ \hline 4x = 16 \end{cases} \rightarrow x = 4$$

Sustituimos: $4 + y = 10 \rightarrow y = 6$

Hay 4 cajas con bolígrafos azules y 6 cajas con bolígrafos rojos.

7.54. En una frutería, Fernando ha comprado 2 kilogramos de manzanas y 3 de naranjas por 8 euros, mientras que Teresa ha comprado 6 kilogramos de manzanas y 5 de naranjas por 18 euros. ¿Cuánto cuestan el kilogramo de manzanas y el de naranjas?

Coste del kilogramo de manzanas: x

Coste del kilogramo de naranjas: y

Sistema: $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 6x + 5y = 18 \end{cases}$

Resolución (por reducción): $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 3} \begin{cases} 6x + 9y = 24 \\ 6x + 5y = 18 \\ \hline 4y = 6 \quad \rightarrow \quad x = 1{,}5 \end{cases}$

Sustituimos: $2x + 3 \cdot 1{,}50 = 8 \rightarrow 2x + 4{,}50 = 8 \rightarrow 2x = 8 - 4{,}50 = 3{,}50 \rightarrow x = 1{,}75$

Un kilogramo de manzanas cuesta 1,75 euros, y un kilogramo de naranjas, 1,50.

7.55. Un fabricante construye armarios de dos categorías diferentes: de 400 y de 600 euros. En una semana construye 16 armarios cuyo coste total es de 7200 euros. ¿Cuántos armarios construyó de cada clase?

N.º de armarios de 400 euros: x

N.º de armarios de 600 euros: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 16 \\ 400x + 600y = 7200 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $y = 16 - x$

Sustituyendo y: $400x + 600(16 - x) = 7200$

$400x + 9600 - 600x = 7200$

$-200x = 7200 - 9600 = -2400 \rightarrow x = 12$

$y = 16 - 12 = 4$

Hay 12 armarios de 400 euros y 4 armarios de 600 euros.

7.56. La suma de dos números es 14. Añadiendo 1 al mayor se obtiene el doble del menor. ¿Cuáles son los dos números?

Número mayor: x

Número menor: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 14 \\ x + 1 = 2y \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $x = 2y - 1$

Sustituyendo x: $2y - 1 + y = 14 \rightarrow 3y = 15 \rightarrow y = 5$

$x = 2 \cdot 5 - 1 \rightarrow x = 9$

El número mayor es 9, y el menor, 5.

7.57. La edad de una madre es el cuádruplo de la de su hijo. Dentro de 20 años, la edad de la madre será el doble que la de su hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad de la madre hoy: x — Edad de la madre dentro de 20 años: $x + 20$

Edad del hijo hoy: y — Edad del hijo dentro de 20 años: $y + 20$

Sistema: $\begin{cases} x = 4y \\ x + 20 = 2(y + 20) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4y \\ x + 20 = 2y + 40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4y \\ x - 2y = 20 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $x = 4y$

Sustituyendo x: $4y - 2y = 20 \rightarrow 2y = 20 \rightarrow y = 10$

$x = 4 \cdot 10 \rightarrow x = 40$

La madre tiene 40 años, y el hijo, 10.

7.58. Hoy la edad de un padre es el triple de la de su hija, pero hace 6 años era 5 veces más. ¿Cuántos años tienen hoy el padre y la hija?

Edad del padre hoy: x → Edad de padre hace 6 años: $x - 6$

Edad de la hija hoy: y → Edad de la hija hace 6 años: $y - 6$

Sistema: $\begin{cases} x = 3y \\ x - 6 = 5(y - 6) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ x - 6 = 5y - 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ x - 5y = -24 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $x = 3y$

Sustituyendo x: $3y - 5y = -24 \rightarrow -2y = -24 \rightarrow y = 12$

$x = 3 \cdot 12 \rightarrow x = 36$

El padre tiene 36 años, y la hija, 12.

7.59. Una empresa distribuidora de café mezcla dos variedades: una de 11 euros el kilogramo y otra de 10,20 euros el kilogramo. Se desea obtener 500 kilogramos de mezcla a 10,50 euros el kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de cada variedad hay que emplear?

N.º de kilogramos de 11 euros: x

N.º de kilogramos de 10,20 euros: y

Coste total de la mezcla: 500 · 10,50 = 5250 euros

Sistema: $\begin{cases} x + y = 500 \\ 11x + 10{,}20y = 5250 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $y = 500 - x$

$11x + 10{,}20(500 - x) = 5250 \rightarrow 11x + 5100 - 10{,}20x = 5250$

$0{,}80x = 5250 - 5100 = 150 \rightarrow x = 187{,}5 \rightarrow y = 500 - 187{,}5 = 312{,}5$

Hay que mezclar 187,5 kilogramos de 11 euros y 312,5 kilogramos de 10,20 euros.

7.60. Encuentra dos números que cumplan las siguientes condiciones: si se añade 3 al primero, se obtiene el segundo, y añadiendo 2 al segundo se obtiene el doble del primero.

Primer número: x

Segundo número: y

Sistema: $\begin{cases} x + 3 = y \\ y + 2 = 2x \end{cases}$

Resolución por sustitución (ya está despejada y): $x + 3 + 2 = 2x \rightarrow 5 = x$

Sustituyendo: $5 + 3 = y$

El primer número es 5 y el segundo es 8.

7.61. El perímetro de un rectángulo mide 28 centímetros, y el largo es $\frac{4}{3}$ del ancho. Calcula las dimensiones del rectángulo.

Ancho del rectángulo: x

Largo del rectángulo: y

Sistema: $\begin{cases} 2x + 2y = 28 \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $y = 14 - x$

$4x - 3(14 - x) = 0 \rightarrow 4x - 42 + 3x = 0 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = 6$

$y = 14 - 6 = 8$

El ancho del rectángulo mide 6 centímetros, y el largo, 8.

7.62. En un garaje hay 37 vehículos entre coches y motos, que suman un total de 104 ruedas. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?

Número de coches: x

Número de motos: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 37 \\ 4x + 2y = 104 \end{cases}$

Resolvemos por reducción: $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 4} \begin{cases} 4x + 4y = 148 \\ 4x + 2y = 104 \\ \hline \quad 2y = 44 \end{cases} \rightarrow y = 22$

Sustituimos: $x + 22 = 37 \rightarrow y = 15$

En el garaje hay 15 coches y 22 motos.

7.63. Un grupo de amigos plantea una excursión a la montaña. Llaman a un albergue para preguntar cuántas habitaciones hay. La persona que les atiende les dice que hay 70 camas disponibles repartidas en 29 habitaciones, y que las habitaciones son dobles y triples.

¿Cuántas habitaciones hay de cada tipo?

Número de habitaciones dobles: x

Número de habitaciones triples: y

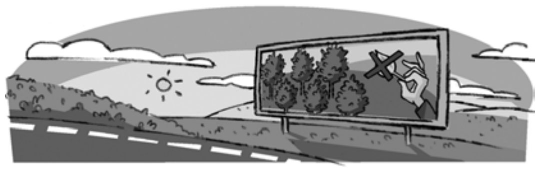
Sistema: $\begin{cases} x + y = 29 \\ 2x + 3y = 70 \end{cases}$

Resolvemos por reducción: $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 3} \begin{cases} 3x + 3y = 87 \\ 2x + 3y = 70 \\ \hline x \quad = 17 \end{cases} \rightarrow x = 17$

Sustituimos: $17 + y = 29 \rightarrow y = 12$

En el albergue hay 17 habitaciones dobles y 12 habitaciones triples.

7.64. El largo de un cartel publicitario es 1,5 metros mayor que su ancho. Si el largo aumentara en 0,5 metros y el ancho en 0,75, el área aumentaría en 4 metros cuadrados.



Calcula las dimensiones del cartel.

Largo del cartel: x

Ancho del cartel: y

Sistema: $\begin{cases} x = y + 1{,}5 \\ (x + 0{,}5)) \cdot (y + 0{,}75) - x \cdot y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 1{,}5 \\ 0{,}75x + 0{,}5y = 3{,}625 \end{cases}$

Sustituimos x en la segunda ecuación: $0{,}75 \cdot (y + 1{,}5) + 0{,}5y = 3{,}625$

$0{,}75y + 1{,}125 + 0{,}5y = 3{,}625$

$1{,}25y = 2{,}5 \rightarrow y = 2$

Sustituimos el valor de y: $x = 2 + 1{,}5 = 3{,}5$

El cartel mide 3,5 metros de largo y 2 metros de ancho.

7.65. La suma de las tres cifras de un número capicúa es 8. La suma de la cifra de las unidades y la de las centenas es igual a la de las decenas. Calcula el número.

Cifra de las unidades: x

Cifra de las decenas: y

Cifra de las centenas: x

Sistema: $\begin{cases} x + y + x = 8 \\ x + x = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ y = 2x \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $2x + 2x = 8 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$

Sustituimos x: $y = 2 \cdot 2 = 4$

El número es 242.

7.66. Las edades de Pablo, Elena y Gema suman 42 años. Elena tiene 14 años más que Pablo, y Gema tiene la tercera parte de los años de Elena. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Edad de Pablo: x

Edad de Elena: $x + 14$

Edad de Gema: y

Sistema: $\begin{cases} y = \frac{1}{3}(x + 14) \\ x + (x + 14) + y = 42 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 3y = -14 \\ 2x + y = 28 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $x = 3y - 14$

$2(3y - 14) + y = 28 \rightarrow 6y - 28 + y = 28 \rightarrow 7y = 56 \rightarrow y = 8$

$x = 3 \cdot 8 - 14 = 24 - 14 = 10$

Pablo tiene 10 años; Elena, 10 + 14 = 24, y Gema, 8.

7.67. Halla dos números tales que la suma del doble del primero aumentado en el quíntuplo del segundo sea 101, y la suma del cuádruplo del primero y del triple del segundo sea 111.

Primer número: x Segundo número: y

Sistema: $\begin{cases} 2x + 5y = 101 \\ 4x + 3y = 111 \end{cases}$

Resolución (por reducción): $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 2} \begin{cases} 4x + 10y = 202 \\ 4x + 3y = 111 \\ \hline 7y = 91 \end{cases} \rightarrow y = 13$

Sustituyendo el valor de y: $2x + 5 \cdot 13 = 101 \rightarrow 2x + 65 = 101 \rightarrow 2x = 101 - 65 = 36 \rightarrow x = 18$

El primer número es 18, y el segundo, 13.

7.68. En la primera quincena del mes, un vendedor de coches vende 3 coches del modelo A y 5 del modelo B, llegando a facturar 101 000 euros. En la segunda quincena vende 2 coches del modelo A y 4 del modelo B, facturando 84 000 euros. Calcula el precio de ambos modelos de coche.

Precio de un coche del modelo A: x Precio de un coche del modelo B: y

Sistema: $\begin{cases} 3x + 5y = 101\,000 \\ 2x + 4y = 84\,000 \end{cases}$

Resolución (por reducción): $\xrightarrow[\text{Restamos las ecuaciones}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 2,\ \text{2.ª ecuación} \cdot 3} \begin{cases} 6x + 10y = 202\,000 \\ 6x + 12y = 252\,000 \\ \hline 2y = 50\,000 \end{cases} \rightarrow y = 25\,000$

Sustituyendo el valor de y: $2x + 4 \cdot 25\,000 = 84\,000 \rightarrow 2x + 100\,000 = 84\,000$

$\rightarrow 2x = 84\,000 - 100\,000 = -16\,000 \rightarrow x = -8000$

La solución del sistema es: $x = -8000$, $y = 25\,000$.

La solución del problema no tiene significado real porque el precio de un coche del modelo A no puede ser negativo.

7.69. El perímetro de un triángulo isósceles mide 21 centímetros. Si el lado desigual se aumenta en 4 centímetros, y cada uno de los lados iguales, en 1 centímetro, se obtiene un triángulo equilátero.

¿Cuánto miden los lados del triángulo isósceles?

Lado desigual: x

Cada uno de los lados iguales: y

Sistema: $\begin{cases} x + 2y = 21 \\ x + 4 = y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 21 \\ x - y = -3 \end{cases}$

Resolución (por reducción): $\xrightarrow{\text{Restamos las ecuaciones}} \begin{cases} x + 2y = 21 \\ x - y = -3 \\ \hline 3y = 24 \rightarrow y = 8 \end{cases}$

Sustituimos el valor de y: $x + 4 = 8 + 1 = 9 \rightarrow x = 5$

El lado desigual mide 5 centímetros, y cada uno de los lados iguales, 8.

7.70. Si al largo de un rectángulo se le aumentan 2 centímetros y al ancho 3 centímetros, el área aumenta 32 centímetros cuadrados.

Si, en cambio, al largo se le disminuye 1 centímetro y al ancho 2 centímetros, el área disminuye 14 centímetros cuadrados.

Calcula el largo y el ancho del rectángulo.

Largo del rectángulo: x

Ancho del rectángulo: y

Sistema: $\begin{cases} (x+2)\cdot(y+3) - xy = 32 \\ xy - (x-1)\cdot(y-2) = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy + 3x + 2y + 6 - xy = 32 \\ xy - (xy - 2x - y + 2) = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 26 \\ 2x + y = 16 \end{cases}$

Resolución (por sustitución): $y = -2x + 16$

$3x + 2(-2x + 16) = 26 \rightarrow 3x - 4x + 32 = 26 \rightarrow -x = -6 \rightarrow x = 6$

$y = -2 \cdot 6 + 16 = -12 + 16 = 4$

El largo mide 6 centímetros, y el ancho, 4.

7.71. El matemático griego Euclides (300 a. C.) planteaba este problema:

Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase el jamelgo de su enojosa carga, a lo que el mulo le dijo: "¿De qué te quejas? Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si te diera un saco, tu carga se igualaría a la mía".

¿Cuántos sacos llevaba el caballo y cuántos el mulo?

N.º de sacos que llevaba el caballo: x

N.º de sacos que llevaba el mulo: y

Sistema: $\begin{cases} y + 1 = 2(x-1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y + 1 = 2x - 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$

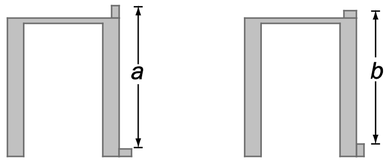
Resolución (por sustitución): $x + 2 + 1 = 2x - 2 \rightarrow -x = -5 \rightarrow x = 5$

$y = 5 + 2 = 7$

El caballo llevaba 5 sacos, y el mulo, 7.

AMPLIACIÓN

7.72. Utilizando una mesa colocamos dos bloques idénticos de madera como se muestra en la figura. Las longitudes a y b son, respectivamente, 64 y 56 cm.



¿Cuál es la altura de la mesa?

a) 56 cm **c) 60 cm**

b) 58 cm **d) 62 cm**

Llamando *x* e *y* a las dos dimensiones del bloque que influyen en el problema y *h* a la altura de la mesa, podemos escribir:

$\begin{cases} h - x + y = 64 \\ h - y + x = 56 \end{cases}$ sumando resulta $2h = 120 \rightarrow h = 60$ cm. La solución es la c.

7.73. Si $\frac{b}{a} = 2$ y $\frac{c}{b} = 3$, ¿cuál es el cociente de a + b entre b + c?

a) $\frac{1}{3}$ **b) $\frac{3}{8}$** **c) $\frac{3}{5}$** **d) $\frac{2}{3}$**

Escribamos todo en términos de *b*: $a = \frac{b}{2}$; $c = 3b$. Así pues, $\frac{a+b}{b+c} = \frac{\frac{b}{2}+b}{b+3b} = \frac{3}{8}$. La solución es la b.

7.74. ¿Para qué valor de m resulta que el sistema de incógnitas *x* e *y*, *y* = m*x* + 3, *y* = (2m – 1)*x* + 4 tiene solución?

a) Para todo *m* **b) Para todo $m \neq \frac{1}{2}$** **c) Para todo $m \neq 0$** **d) Para todo $m \neq 1$**

Para que el sistema tenga solución, debería ocurrir que:

$mx + 3 = (2m - 1)x + 4 \rightarrow mx - (2m - 1)x = 1$, o, lo que es lo mismo, $(1 - m)x = 1$

donde podremos obtener *x* siempre que $m \neq 1$. La solución es la d.

7.75. Si $\frac{4^x}{2^{x+y}} = 8$ y $\frac{9^{x+y}}{3^{5y}} = 243$, *xy* es igual a:

a) $\frac{12}{5}$ **b) 4** **c) 6** **d) 12**

$\frac{4^x}{2^{x+y}} = 8$ nos lleva a $2^{x-y} = 2^3$, es decir, $x - y = 3$ y $\frac{9^{x+y}}{3^{5y}} = 243$ es equivalente a $3^{2x-3y} = 3^5$, por lo que $2x - 3y = 5$, así que $x = 4$, $y = 1$ y $xy = 4$. La solución es la b.

7.76. Si la solución del sistema de incógnitas *x* e *y*, 13*x* + 11*y* = 700, *y* = m*x* – 1 es un par de números enteros, m tiene que ser:

a) 7 **b) 6** **c) 5** **d) 4**

Podemos escribir $13x + 11(mx - 1) = 700$, es decir, $x = \frac{711}{13 + 11m}$. Como los divisores de 711 son solamente 1, 3, 9, 79, 237 y 711, sigue que $13 + 11m$ debe ser uno de estos números para que *x* sea entero, y el único valor posible es $13 + 11m = 79$, $m = 6$. La solución es la b.

AUTOEVALUACIÓN

7.1. Expresa mediante una ecuación la siguiente información: "La capacidad de un recipiente más el triple de la capacidad de otro es de 24 litros".

Capacidad del primer recipiente: x Capacidad del segundo recipiente: y

Ecuación: $x + 3y = 24$

7.2. Halla tres soluciones de la ecuación $2x - y = -4$.

Si despejamos, por ejemplo, y, bastará dar valores a x: $y = 2x + 4$.

Si $x = 0 \rightarrow y = 2 \cdot 0 + 4 = 4$ $\rightarrow$ Solución 1: $x = 0$; $y = 4$

Si $x = -3 \rightarrow y = 2 \cdot (-3) + 4 = -6 + 4 = 2$ $\rightarrow$ Solución 2: $x = -3$; $y = 2$

Si $x = 0{,}5 \rightarrow y = 2 \cdot 0{,}5 + 4 = 1 + 4 = 5$ $\rightarrow$ Solución 3: $x = 0{,}5$; $y = 5$

7.3. Para resolver el sistema $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ se ha preparado la siguiente tabla.

Cópiala en tu cuaderno y complétala para indicar la solución del sistema.

x	**0**	1	**2**	3	4	5
$y = 5 - x$	**5**	**4**	3	2	1	0
$2x + y$	5	6	7	8	9	10

7.4. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} \dfrac{x}{2} = y \\ x - \dfrac{y}{3} = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$ Método de sustitución

Despejo x en la primera ecuación: $x = 1 - 2y$

Sustituyo y resuelvo: $2(1 - 2y) - y = 7 \rightarrow 2 - 4y - y = 7 \rightarrow -5y = 5 \rightarrow y = -1$

Sustituyo el valor de y: $x = 1 - 2 \cdot (-1) = 1 + 2 = 3$

Solución: $x = 3$; $y = -1$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$ Método de reducción

$$\xrightarrow{\text{Restamos las ecuaciones}} \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 7 \\ \hline -2y = -6 \rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Sustituyo: $2x + 3 \cdot 3 = 1 \rightarrow 2x + 9 = 1 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$

Solución: $x = -4$; $y = 3$

c) $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$ Método de reducción doble

$$\xrightarrow[\text{Sumamos}]{\substack{1.^{a}\text{ ecuación}\cdot 3\\ 2.^{a}\text{ ecuación}\cdot 2}} \begin{cases} 15x + 6y = 9 \\ 4x - 6y = 10 \\ \hline 19x = 19 \rightarrow x = 1 \end{cases} \qquad \xrightarrow[\text{Restamos}]{\substack{1.^{a}\text{ ecuación}\cdot 2\\ 2.^{a}\text{ ecuación}\cdot 5}} \begin{cases} 10x + 4y = 6 \\ 10x - 15y = 25 \\ \hline 19y = -19 \rightarrow y = -1 \end{cases}$$

Solución: $x = 1$; $y = -1$

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} = y \\ x - \dfrac{y}{3} = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 3x - y = 15 \end{cases}$ Método de sustitución

Sustituyo: $3 \cdot (2y) - y = 15 \rightarrow 6y - y = 15 \rightarrow 5y = 15 \rightarrow y = 3$

Solución: $x = 6$; $y = 3$

7.5. Dos hermanos han ahorrado entre los dos 200 euros. Uno de ellos ha ahorrado 44 euros más que el otro. ¿Cuánto ha ahorrado cada uno?

Primer hermano: x Segundo hermano: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 200 \\ x = 44 + y \end{cases}$ Método de sustitución

$44 + y + y = 200 \rightarrow 2y = 156 \rightarrow y = 78 \rightarrow x = 44 + 78 = 122$

Solución: un hermano ahorró 122 €, y el otro, 78 €.

7.6. El perímetro de un triángulo isósceles mide 20 centímetros. El lado desigual mide 4 centímetros menos que los lados iguales. Calcula cuánto mide cada lado.

Medida de cada uno de los lados iguales: x Medida del lado desigual: y

Sistema: $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ y = x - 4 \end{cases}$ Método de sustitución

$2x + x - 4 = 20 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8 \rightarrow y = 8 - 4 = 4$

Solución: el lado desigual mide 4 centímetros, y cada uno de los otros dos mide 8 centímetros.

7.7. Con motivo de su cumpleaños, Raquel invita al cine a un grupo de amigos y al teatro a otro. La entrada de cine cuesta 7 euros, y la de teatro, 20. En total ha invitado a 8 amigos, por cuyas entradas ha pagado 82 euros.

¿A cuántos amigos invitó al cine y a cuántos al teatro?

Número de amigos que invita al cine: x Número de amigos que invita al teatro: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 8 & \rightarrow y = 8 - x \\ 7x + 20y = 82 \end{cases}$ Método de sustitución

$7x + 20(8 - x) = 82 \rightarrow 7x + 160 - 20x = 82 \rightarrow -13x = -78 \rightarrow x = 6 \rightarrow y = 8 - 6 = 2$

Solución: invitó a 6 amigos al cine y a 2 al teatro.

7.8. Un padre sale a pasear con sus dos hijas y se encuentra con un amigo que le pregunta: "¿Cuántos años tienen tus hijas?". El padre responde: "Mi hija mayor tiene 2 años más que la menor. Dentro de 2 años, mi edad será el doble de la suma de la edad de mis dos hijas, y hace 6 años mi edad era el cuádruplo de la suma de la edad de mis hijas".

¿Cuál es la edad del padre y de cada una de las dos hijas? Indica en cada caso si las ecuaciones son equivalentes.

	Hoy	Dentro de 2 años	Hace 6 años
Padre	x	$x + 2$	$x - 6$
Hija menor	y	$y + 2$	$y - 6$
Hija mayor	$y + 2$	$y + 4$	$y - 4$

Sistema: $\begin{cases} x + 2 = 2 \cdot (y + 2 + y + 4) \\ x - 6 = 4 \cdot (y - 6 + y - 4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 4y = 10 \\ x - 8y = -34 \end{cases}$ Método: reducción

Restando las ecuaciones: $4y = 44 \rightarrow y = 11$

$x - 4 \cdot 11 = 10 \rightarrow x = 54$

Solución: el padre tiene 54 años; la hija menor, 11, y la mayor, 13.

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Interpreta y reflexiona > La lista

La lista TOP500 es elaborada por varias universidades de Estados Unidos y Alemania. Se trata de un ranking de los 500 ordenadores más rápidos del planeta.

En la tabla de la derecha aparecen los países que contaban en noviembre de 2010 con más de 10 ordenadores de los que figuraban en la lista TOP500.

EE. UU.	274
China	41
Francia	26
Alemania	26
Japón	26
Reino Unido	25
Rusia	11

Los 71 ordenadores restantes de la lista se distribuían por países del siguiente modo:

- **En Canadá, Italia, Polonia, Arabia Saudí y Grecia había 6.**
- **En Nueva Zelanda, 5.**
- **En Australia, India y Suiza, 4.**
- **En Corea del Sur, Noruega y España, 3.**
- **En Bélgica, Brasil, Dinamarca, Holanda y Singapur, 2.**
- **En Austria, Finlandia, Hong Kong, Irlanda y Eslovenia, 1.**

7.1. ¿Qué porcentaje de los ordenadores de la lista se encuentran en Estados Unidos? ¿Y en Europa?

En EE. UU.: el 54,8 %. En Europa: el 25,2 % (contando Rusia).

7.2. Observa la distribución por continentes. ¿Hay algo que llame la atención?

En la lista de noviembre de 2010 no había ningún país africano.

7.3. En la tabla de la izquierda figura la distribución de la población mundial por continentes, en millones de habitantes. ¿Hay alguna relación entre ambas tablas? Explica las razones.

No hay relación entre ambas tablas, hay regiones muy pobladas, pero poco desarrolladas, que no cuentan con ordenadores en la lista.

Mundo	6892
África	1030
América	929
Asia	4157
Europa	739
Oceanía	35

Investiga y calcula > Grandes números

La unidad de medida que se utiliza para medir el rendimiento de un ordenador es el flops (del acrónimo en inglés de floating point operations per second, operaciones de punto flotante por segundo).

Para indicar el rendimiento de los ordenadores de la lista TOP500 se utilizan múltiplos muy grandes del flops.

7.1. La velocidad de rendimiento de un ordenador se mide con múltiplos de flops. Ya has visto que 1 petaflops equivale a 1000 billones de flops. Busca en www.e-sm.net/2esoz124 los prefijos que sirven para denotar los múltiplos grandes de una unidad de medida.

Actividad en la web. Por ejemplo:

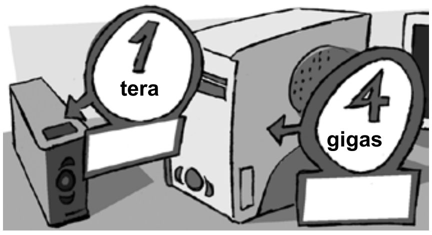
Gigaflops (GFLOPS) = 10^9 flops
Teraflops (TFLOPS) = 10^{12} flops
Petaflops (PFLOPS) = 10^{15} flops
Exaflops (EFLOPS) = 10^{18} flops

7.2. En informática se dan las medidas usando potencias de 2^{10}. Por ejemplo, un megabyte equivale a 2^{10} kilobytes, es decir, a 1024, y no a 10^3, como correspondería. Si mi disco duro tiene 500 gigabytes, ¿cuál debería ser su capacidad en megabytes?

En www.e-sm.net/2esoz125 puedes encontrar la correspondencia entre los prefijos del Sistema Internacional y los utilizados para las medidas del byte.

La equivalencia de 500 *gigabytes* sería 512 000 *megabytes*.

7.3. En algunos casos, el prefijo aislado se identifica con una determinada unidad. Al hablar de kilos, se entiende que son kilogramos, y no kilómetros. Observa el siguiente anuncio e indica los bytes que tienen los productos.

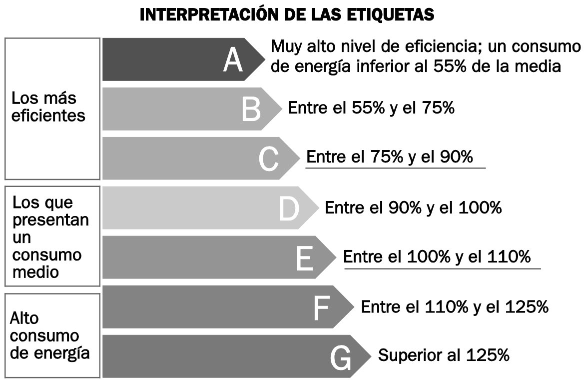


1 *tera* equivale a 1 099 511 627 776 bytes, y 4 *gigas*, a 4 294 967 296 *bytes*.

Observa e interpreta > Eficiencia energética

La lista Green500 se empezó a publicar en 2007. En ella se ordenan las máquinas por su eficiencia energética, buscando la que trabaja mejor con menor gasto. Por ejemplo, el primer ordenador de la Top500 de junio de 2010 sólo ocupaba el lugar 56º en esta lista.

En los electrodomésticos caseros, la eficiencia se indica mediante una escala de colores y letras. Todos los grandes electrodomésticos (frigoríficos, lavadoras, etc.) deben llevar obligatoriamente esta etiqueta.



7.4. **En algunos electrodomésticos se utiliza una escala ampliada, en la que aparecen los códigos A+ y A++. La clase A+ engloba aquellos aparatos con un consumo inferior al 42 % de la media, y la clase A++ se utiliza en aquellos aparatos que consumen menos del 30 % de la media. Suponiendo que con uno de estos electrodomésticos el consumo medio fuera de 100 euros, ¿qué diferencia de consumo habría entre uno de clase G y uno de clase A++?**

Un electrodoméstico de clase G consumiría más de 125 €, y uno de clase A++, menos de 30 €.

7.5. **Una cadena de restaurantes está cambiando sus frigoríficos de clase D por otros de clase A, que consumen un 48 % menos. Si cada uno de clase D gasta 100 euros mensuales y la factura del mes pasado fue de 10 320 euros, calcula el número de frigoríficos de cada clase, si la cadena tiene en total 120 frigoríficos.**

Cada frigorífico de clase A gasta un 48 % menos, es decir, 52 euros. Llamando *x* a los de clase A e *y* a los de clase D, queda el sistema $\begin{cases} x+y=120 \\ 52x+100y=10\,320 \end{cases}$, cuya solución es $x = 35$, $y = 85$.

7.6. **Seguramente habrás resuelto la actividad anterior mediante un sistema de ecuaciones, pero puedes plantearlo de otra forma. Calcula cuánto se ahorra cada mes por cada frigorífico cambiado, cuánto se hubiera pagado si todos fueran del tipo D y el ahorro total. ¿Puedes hallar ahora el número de frigoríficos de clase A?**

Por cada uno que se cambia se ahorran 48 € al mes. Con los antiguos se pagaban 12 000 €, por lo que el ahorro es igual a 1680 €, que dividido entre 48 nos da 35, como en el apartado anterior.

7.7. **El consumo energético en los hogares supone aproximadamente el 18 % del total en España y el consumo por familia en el coche el 12 %. En las grandes ciudades esto implica que haya una mayor contaminación. La foto que ves a la derecha no está borrosa: es una imagen de Madrid en la que se aprecia la contaminación sobre la ciudad.**

En www.e-sm.nest/2esoz125 puedes descargar un archivo creado por la Universidad Politécnica de Madrid para utilizar con el programa Google Earth, que te permitirá conocer la calidad del aire en varias de las principales ciudades de España. Busca la situación en la ciudad más cercana y la previsión para los próximos días.

Actividad en la web.

7.8. **Fíjate en los contaminantes que se indican en este programa: SO_2, NO_2, CO, PM_{10}, O_3. ¿Conoces sus efectos sobre el medio ambiente y para la salud humana? Busca información sobre ellos y sobre la forma de reducir las emisiones de cada uno, y elabora un pequeño informe.**

Por ejemplo, el SO_2 o dióxido de azufre es el principal causante de la “lluvia ácida”, y el NO_2 o dióxido de nitrógeno afecta gravemente al sistema respiratorio.

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Ana María Álvarez, Marina Díaz, Mariano García, Francisco José Valencia, Serafín Mansilla, José Ramón Vizmanos**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar, Raúl Osuna**

Revisión contenidos: **Jesús García Gual**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Modesto Arregui, Estudio "Haciendo el león"**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

Impreso en España – *Printed in Spain*