

1 Divisibilidad. Números enteros

ACTIVIDADES INICIALES

- 1.I. **Con números de teléfono de 5 cifras, ¿cuántos distintos puede haber? ¿Y con números de 6 cifras?**

Con cinco cifras se pueden formar teléfonos desde el 00000 hasta el 99999, es decir, 100 000 números distintos. Con seis cifras hay 1 000 000 de teléfonos distintos.

- 1.II. **Anteriormente solo se usaba el prefijo provincial para llamar a otra provincia distinta, pero ahora es necesario marcar siempre el número completo. Por ejemplo, para llamar a Madrid desde otra provincia había que marcar el 91 antes del número de teléfono, y para llamar a Barcelona, el 93. Ceuta y Melilla usan el prefijo de Cádiz y Málaga, respectivamente. ¿Cuántos prefijos distintos son necesarios? Busca a qué provincia corresponde el prefijo 987.**

Como Ceuta y Melilla no tenían prefijo propio, hacían falta tantos prefijos como provincias, 50.

El prefijo 987 correspondía a León.

- 1.III. **¿Sabes cómo llamar a España desde el extranjero? ¿Y los teléfonos de emergencia (policía, bomberos, urgencias)? Si tienes móvil, ¿llevas algunos de estos teléfonos apuntados, por si te hacen falta?**

Para llamar a España desde el extranjero es necesario marcar en la mayoría de los países 00 + 34 + + número de teléfono.

Los números de emergencia más usados son:

- Llamadas de urgencia, policía, ambulancia o bomberos: 112
- Policía: 091
- Guardia Civil: 062
- Bomberos: 080 o 085
- Médicos: 061

Respuesta abierta.

- 1.IV. **Habrás visto en televisión una campaña de Cruz Roja sobre los teléfonos de tu móvil. Para saber a quién hay que avisar si tienes un accidente, se recomienda que en la agenda de tu móvil pongas delante del nombre de esa persona las letras Aa (avisar a). Así aparecerá la primera en tu agenda y será más fácil contactar con esa persona. ¿Lo has hecho?**

Respuesta abierta.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

- 1.1. **Actividad resuelta.**

- 1.2. **Actividad resuelta.**

1.3. Escribe 5 múltiplos de:

- | | |
|-------|-------|
| a) 8 | c) 25 |
| b) 19 | d) 40 |

Respuesta libre:

- a) 8, 16, 24, 32, 40
- b) 19, 38, 57, 76, 95
- c) 25, 50, 75, 100, 125
- d) 40, 80, 120, 160, 200

1.4. Halla todos los divisores de los números:

- | | |
|-------|-------|
| a) 16 | d) 20 |
| b) 44 | e) 13 |
| c) 27 | f) 35 |
- a) 1, 2, 4, 8, 16
 - b) 1, 2, 4, 11, 22, 44
 - c) 1, 3, 9, 27
 - d) 1, 2, 4, 5, 10, 20
 - e) 1, 13
 - f) 1, 5, 7, 35

1.5. Utilizando los criterios de divisibilidad, estudia si son divisibles por 2, 3 y 5:

- | | |
|--------|--------|
| a) 45 | d) 75 |
| b) 90 | e) 100 |
| c) 316 | f) 408 |
- a) Es divisible por 3 y por 5.
 - b) Es divisible por 2, 3 y 5.
 - c) Es divisible por 2
 - d) Es divisible por 3 y 5.
 - e) Es divisible por 2 y 5.
 - f) Es divisible por 2 y 3.

1.6. Razona si son ciertas o falsas las afirmaciones:

- a) Si un número es múltiplo de 4, también lo es de 2.
 - b) Un múltiplo de 3 lo es también de 9.
 - c) No hay ningún número que sea a la vez múltiplo de 2 y de 5.
- a) Sí, porque un múltiplo de 4 siempre acaba en cifra par.
 - b) No, porque si la suma de sus cifras es 3, no puede ser múltiplo de 9.
 - c) Sí, todo el que acabe en 0.

1.7. Escribe un número de 2 cifras que solo tenga dos divisores.

Cualquier número primo entre 9 y 100 es una respuesta correcta.

1.8. Escribe dos números de cuatro cifras que sean divisibles por 2, por 3 y por 25 a la vez, y no lo sean por 100.

1650 y 8250

1.9. ¿Qué tiene que cumplir un número para ser divisible por 45?

Debe ser múltiplo de 5 y de 9 a la vez.

1.10. Calcula de cuantas formas distintas se pueden agrupar 18 libros de modo que en todos los grupos haya la misma cantidad.

El número de libros que habrá en cada grupo es cada uno de los divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

1.11. Un mago, para realizar su truco, necesita hacer montones iguales con las cartas de una baraja francesa, que tiene 52 cartas. ¿De cuántas maneras distintas puede hacer los montones?

El número de cartas que puede tener cada montón es: 1, 2, 4, 13, 26 y 52.

El número de montones en cada caso será: 51, 26, 4, 13, 2 y 1.

1.12. Actividad resuelta.

1.13. De los siguientes números, ¿cuáles son primos y cuáles compuestos?

- | | | | |
|-------|--------|--------|---------|
| a) 39 | d) 71 | g) 147 | j) 343 |
| b) 18 | e) 77 | h) 169 | k) 803 |
| c) 53 | f) 121 | i) 239 | l) 2001 |

- a) Compuesto
- b) Compuesto
- c) Primo
- d) Primo
- e) 77 es compuesto porque es divisible por 7 y por 11.
- f) 121 es compuesto porque es divisible por 11.
- g) 147 es compuesto por ser divisible por 3.
- h) 169 es compuesto porque es divisible por 13.
- i) 239 es primo.

$\begin{array}{r} 239 \overline{)2} \\ 03 \quad 119 \\ \underline{19} \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 239 \overline{)3} \\ 2979 \\ \underline{2} \end{array}$	$\begin{array}{r} 239 \overline{)5} \\ 3947 \\ \underline{4} \end{array}$	$\begin{array}{r} 239 \overline{)7} \\ 2934 \\ \underline{1} \end{array}$	$\begin{array}{r} 239 \overline{)11} \\ 1921 \\ \underline{8} \end{array}$
---	---	---	---	--

$\begin{array}{r} 239 \overline{)13} \\ 10918 \\ \underline{05} \end{array}$	$\begin{array}{r} 239 \overline{)17} \\ 06914 \\ \underline{01} \end{array}$
--	--

- j) 343 es múltiplo de 7.
- k) 803 es múltiplo de 11.
- l) 2001 es múltiplo de 3.

1.14. Encuentra el primer primo mayor que 116

Solo se estudiarán los números impares, ya que los pares son siempre divisibles por 2 y, por tanto, compuestos. El siguiente a 116, 117, es múltiplo de 3. Se estudia 119.

$$\begin{array}{r}
 119 \overline{)2} \\
 \underline{1959} \\
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 119 \overline{)3} \\
 \underline{2939} \\
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 119 \overline{)5} \\
 \underline{1923} \\
 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 119 \overline{)7} \\
 \underline{4917} \\
 0
 \end{array}$$

Como es divisible por 7, 119 es compuesto.

El siguiente a estudiar, 121, es divisible por 11. Luego es compuesto.

123 es múltiplo de 3, y 125 lo es de 5.

Se estudia 127.

$$\begin{array}{r}
 127 \overline{)2} \\
 \underline{0763} \\
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 127 \overline{)3} \\
 \underline{0742} \\
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 127 \overline{)5} \\
 \underline{2725} \\
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 127 \overline{)7} \\
 \underline{5718} \\
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 127 \overline{)11} \\
 \underline{1711} \\
 6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 127 \overline{)13} \\
 \underline{109} \\
 9
 \end{array}$$

El último cociente obtenido es menor que el divisor. Por tanto, 127 es el primer número primo después de 116.

1.15. Halla cuatro números primos entre 300 y 400. Explica cómo los has encontrado.

301	302	303	304	305	306	307	308	309	310
311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370
371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396	397	398	399	400

El proceso que se sigue para obtener los números primos es:

Se tachan los números que acaban en 0 o en cifra par por ser múltiplos de 2 y los acabados en 5 por ser múltiplos de 5.

El primer múltiplo de 3 es 303. Se tacha, y a partir de él, todos los múltiplos de 3.

Los múltiplos de 4 y de 6 ya están eliminados, por ser múltiplos de 2 y de 2 y 3.

El primer múltiplo de 7 es el 301. Se tacha, y a partir de él, todos los múltiplos de 7.

También se han tachado los múltiplos de 8, los de 9 y los de 10.

Se eliminan los múltiplos de 11, empezando por el primero, 308, que ya está eliminado.

Ya están eliminados los múltiplos de 12.

Por tanto, los números que quedan son primos.

Para encontrar 4 mayores que 400 se puede seguir el mismo procedimiento o buscar los 4 primeros empezando por 401.

- 401 no es múltiplo de 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ni 23. Es primo.
- 403 es divisible entre 13, por lo que no es primo.
- 407 es divisible entre 11, por lo que no es primo.
- 409 no es múltiplo de 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ni 23. Es primo.
- 413 es divisible entre 7, por lo que no es primo.
- 419 no es múltiplo de 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ni 23. Es primo.
- 421 no es múltiplo de 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ni 23. Es primo.
- Los cuatro números primos pueden ser: 401, 409, 419 y 421.

1.16. ¿Cuántos números primos hay entre 200 y 205? ¿Y entre 300 y 305?

Los números pares son múltiplos de 2; por tanto, 200, 202 y 204 son números compuestos.

El número 201 es múltiplo de 3 porque la suma de sus cifras lo es. Por tanto, no es primo.

El número 205 es múltiplo de 5, luego es compuesto.

Falta comprobar si 203 es primo o compuesto.

$$\begin{array}{r} 203 \overline{) 2} \\ 003 \quad 101 \\ \underline{1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 203 \overline{) 3} \\ 2367 \\ \underline{2} \end{array} \quad \begin{array}{r} 203 \overline{) 5} \\ 0340 \\ \underline{3} \end{array} \quad \begin{array}{r} 203 \overline{) 7} \\ 6329 \\ \underline{0} \end{array}$$

Como 203 es divisible por 7, también es compuesto.

Entre 200 y 205 no hay ningún número primo.

Los números pares son múltiplos de 2; por tanto, 300, 302 y 304 son números compuestos.

El número 303 es múltiplo de 3 porque la suma de sus cifras lo es. Por tanto, no es primo.

El número 305 es múltiplo de 5, luego es compuesto.

Falta comprobar si 301 es primo o compuesto.

$$\begin{array}{r} 301 \overline{) 2} \\ 10 \quad 150 \\ \underline{01} \end{array} \quad \begin{array}{r} 301 \overline{) 3} \\ 001100 \\ \underline{1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 301 \overline{) 5} \\ 0160 \\ \underline{1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 301 \overline{) 7} \\ 2143 \\ \underline{0} \end{array}$$

Como 301 es divisible por 7, también es compuesto.

Entre 300 y 305 tampoco hay ningún número primo.

1.17. Actividad interactiva

1.18. Escribe el número cuya descomposición factorial es:

- | | | |
|--------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| a) $2^3 \cdot 5^2$ | c) $5^3 \cdot 7^2$ | e) $3^3 \cdot 5 \cdot 7$ |
| b) 2^6 | d) $2 \cdot 3^4$ | f) $3 \cdot 5 \cdot 11^2$ |
| a) $2^3 \cdot 5^2 = 200$ | c) $5^3 \cdot 7^2 = 6125$ | e) $3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 945$ |
| b) $2^6 = 64$ | d) $2 \cdot 3^4 = 163$ | f) $3 \cdot 5 \cdot 11^2 = 1815$ |

1.19. Expresa los siguientes números como productos de 3 factores:

- | | | | |
|-----------------------------|-------|-------------------------------|--------|
| a) 28 | b) 45 | c) 64 | d) 168 |
| a) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ | | c) $64 = 2 \cdot 4 \cdot 8$ | |
| b) $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$ | | d) $168 = 2 \cdot 4 \cdot 21$ | |

1.20. Descompón en factores primos:

- | | | | |
|--------------------------------|--------|--|---------|
| a) 56 | d) 95 | g) 999 | j) 1944 |
| b) 57 | e) 189 | h) 1540 | k) 1000 |
| c) 79 | f) 243 | i) 3072 | l) 3690 |
| a) $56 = 2^3 \cdot 7$ | | g) $999 = 3^3 \cdot 37$ | |
| b) $57 = 3 \cdot 19$ | | h) $1540 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ | |
| c) $79 = 1 \cdot 79$ | | i) $3072 = 2^3 \cdot 3$ | |
| d) $95 = 5 \cdot 19$ | | j) $1944 = 2^3 \cdot 3^4$ | |
| e) $189 = 3^2 \cdot 3 \cdot 7$ | | k) $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ | |
| f) $243 = 3^5$ | | l) $3690 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 41$ | |

1.21. Copia y completa con los números adecuados para que sean ciertas las igualdades.

a) $250 = \square \cdot 5^{\square}$

c) $140 = \square^2 \cdot 5 \cdot \square$

b) $504 = 2^{\square} \cdot \square^2 \cdot 7$

d) $832 = 2^{\square} \cdot \square$

a) $250 = 50 \cdot 5$

c) $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

b) $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$

d) $832 = 2^6 \cdot 13$

1.22. Calcula el número de divisores de:

a) 11

b) 18

c) 24

d) 50

a) Tiene 2 divisores: 1 y 11.

c) Tiene 8 divisores: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

b) Tiene 6 divisores: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

d) Tiene 6 divisores: 1, 2, 5, 10, 25, 50.

1.23. a) Descompón 90 en factores primos.

b) Averigua el número más pequeño por el que debes multiplicar a 90 para obtener un número cuadrado perfecto.

c) Averigua el número más grande por el que debes dividir a 90 para obtener otro cuadrado perfecto.

a) $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

b) Para obtener un cuadrado perfecto, bastaría que en la descomposición factorial los factores 2 y 5 estuvieran elevados a 2. Por tanto, hay que multiplicarlo por 10.

c) Sería cuadrado perfecto si al dividir, el cociente fuera el factor que aparece como tal en la descomposición, 3^2 . Por tanto, hay que dividir por 10.

1.24. Actividad resuelta.

1.25. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números:

a) 180 y 360

c) 720 y 345

e) 315 y 176

b) 882 y 588

d) 375 y 600

f) 392 y 252

a) $m.c.d.(180, 360) = 180$

$m.c.m.(180, 360) = 360$

b) $m.c.d.(882, 588) = 2 \cdot 3 \cdot 7^2 = 294$

$m.c.m.(882, 588) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 1764$

c) $m.c.d.(720, 345) = 3 \cdot 5 = 15$

$m.c.m.(720, 345) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 23 = 16550$

d) $m.c.d.(375, 600) = 3 \cdot 5^2 = 75$

$m.c.m.(375, 600) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^3 = 2700$

e) $m.c.d.(315, 176) = 1$

$m.c.m.(315, 176) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 55440$

f) $m.c.d.(392, 252) = 2^2 = 4$

$m.c.m.(392, 252) = 2^5 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 31 = 32736$

1.26. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números:

a) 180 y 360

c) 720 y 345

e) 315 y 176

b) 882 y 588

d) 375 y 600

f) 392 y 252

a) $m.c.d.(180, 360) = 180$

$m.c.m.(180, 360) = 360$

b) $m.c.d.(882, 588) = 2 \cdot 3 \cdot 7^2 = 294$

$m.c.m.(882, 588) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 1764$

c) $m.c.d.(720, 345) = 3 \cdot 5 = 15$

$m.c.m.(720, 345) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 23 = 16550$

d) $m.c.d.(375, 600) = 3 \cdot 5^2 = 75$

$m.c.m.(375, 600) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^3 = 2700$

e) $m.c.d.(315, 176) = 1$

$m.c.m.(315, 176) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 55440$

f) $m.c.d.(392, 252) = 2^2 = 4$

$m.c.m.(392, 252) = 2^5 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 31 = 32736$

1.27. ¿Son primos entre sí 72 y 175?

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$175 = 5^2 \cdot 7$$

El único divisor común es el 1. Son primos entre sí.

1.28. En una frutería tienen 162 manzanas y 96 naranjas. Quieren colocarlas en bandejas que tengan el mismo número de piezas de fruta sin que estas se mezclen. ¿Cuántas de cada clase deben hacer?

Hay que buscar un divisor común al número de manzanas y naranjas:

$$D(162) = 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54, 81, 162$$

$$D(96) = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 32, 48, 96$$

El número de frutas que se deben poner en cada bandeja puede ser: 1, 2, 3 o 6.

En cada caso, el número de bandejas debe ser: 162 de manzanas y 96 de naranjas si se ponen de 1 en 1; 81 de manzanas y 48 de naranjas si se colocan de 2 en 2; 54 de manzanas y 32 de naranjas si se agrupan de 3 en 3, y 17 de manzanas y 16 de naranjas si se colocan de 6 en 6.

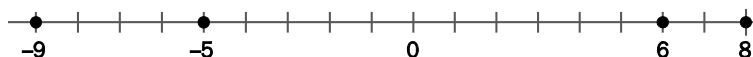
1.29. Expresa con números enteros las siguientes situaciones:

- a) 25 °C bajo cero
- b) 245 m sobre el nivel del mar
- c) Primer sótano de un edificio
- d) Ingresar en el banco 35 euros

- a) -25
- b) +245
- c) -1
- d) +35

1.30. Representa en la recta los siguientes números y sus opuestos y ordénalos de menor a mayor.

- a) 6
- b) -5
- c) -9
- d) 8



$$-9 < -8 < -6 < -5 < 5 < 6 < 8 < 9$$

1.31. Calcula:

- a) $|\text{op}(12)|$
- b) $|-7|$
- c) $|\text{op}(-18)|$

a) $|\text{op}(12)| = |-12| = 12$

b) $|-7| = 7$

c) $|\text{op}(-18)| = |18| = 18$

1.32. Actividad resuelta.