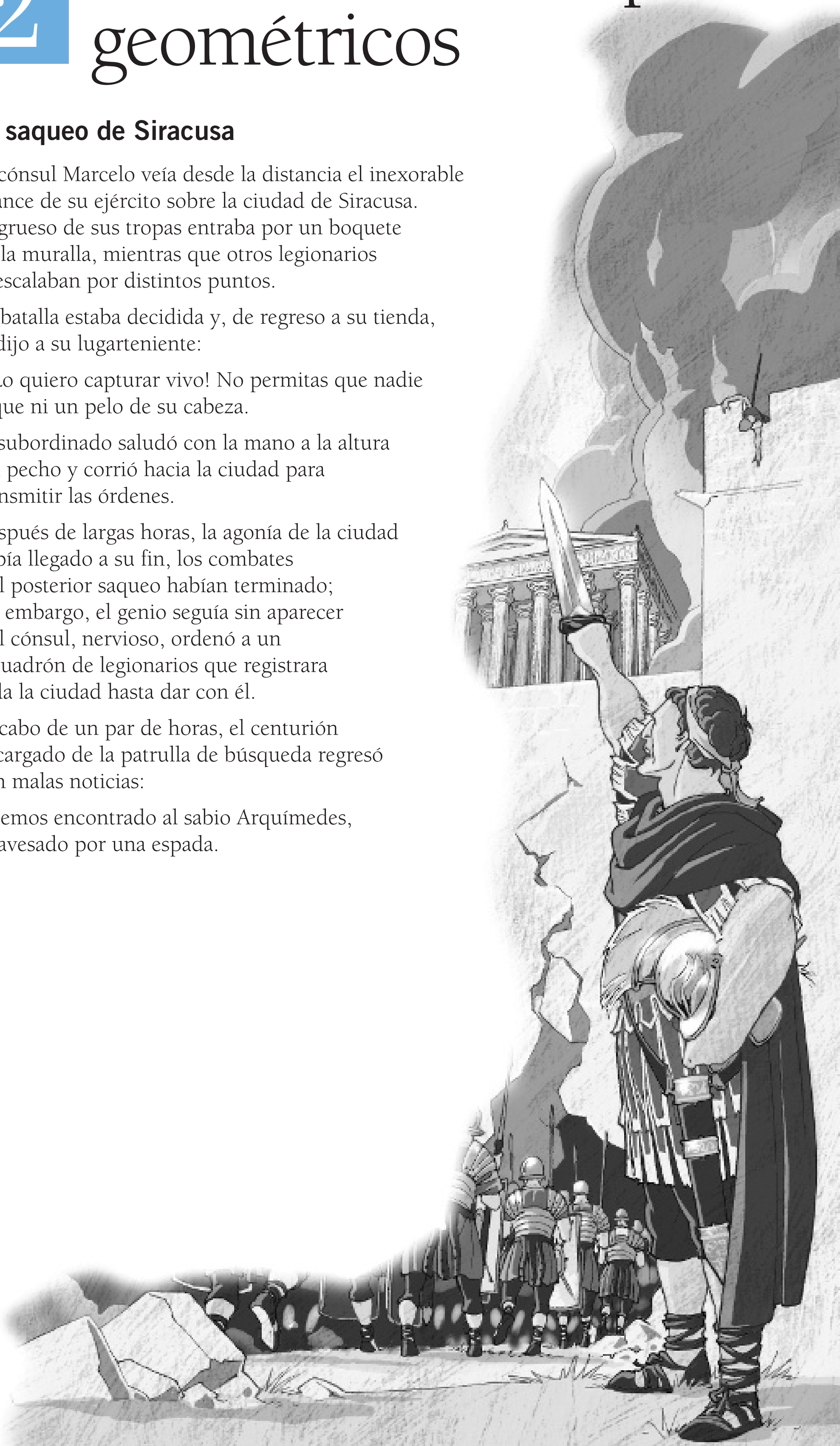
12 Volumen de cuerpos geométricos



El saqueo de Siracusa

El cónsul Marcelo veía desde la distancia el inexorable avance de su ejército sobre la ciudad de Siracusa. El grueso de sus tropas entraba por un boquete de la muralla, mientras que otros legionarios la escalaban por distintos puntos.

La batalla estaba decidida y, de regreso a su tienda, le dijo a su lugarteniente:

–¡Lo quiero capturar vivo! No permitas que nadie toque ni un pelo de su cabeza.

El subordinado saludó con la mano a la altura del pecho y corrió hacia la ciudad para transmitir las órdenes.

Después de largas horas, la agonía de la ciudad había llegado a su fin, los combates y el posterior saqueo habían terminado; sin embargo, el genio seguía sin aparecer y el cónsul, nervioso, ordenó a un escuadrón de legionarios que registrara toda la ciudad hasta dar con él.

Al cabo de un par de horas, el centurión encargado de la patrulla de búsqueda regresó con malas noticias:

–Hemos encontrado al sabio Arquímedes, atravesado por una espada.

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Arquímedes está reconocido como uno de los mayores matemáticos de la Antigüedad. Busca información sobre su vida y su obra.**

Se puede encontrar información sobre la vida de Arquímedes visitando la siguiente página web:
http://www.biografiasyvidas.com/biografia/a/arquimedes.htm

En la siguiente página se puede completar la información sobre la biografía de este matemático:
http://www.portalplanetasedna.com.ar/arquimedes.htm

2 **El texto narra un episodio de su vida. Averigua cómo murió Arquímedes.**

En esta página web se puede obtener información sobre cómo tuvo lugar la muerte de Arquímedes:
http://curistoria.blogspot.com/2010/10/la-muerte-de-arquimedes.html

3 **Investiga sobre las publicaciones que Arquímedes realizó sobre el cálculo de volúmenes de cuerpos geométricos.**

En la siguiente página web se puede completar la biografía de Arquímedes y encontrar datos sobre los trabajos que realizó:
http://centros5.pntic.mec.es/ies.de.bullas/dp/matema/conocer/arquimedes.htm

En este otro enlace también se pueden encontrar datos sobre los trabajos que realizó Arquímedes relacionados con el cálculo de volúmenes:
http://www.cienciafacil.com/paginaesfera.html

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones.**

a) $143 \cdot 10$
b) $4 \cdot 10$
c) $14{,}35 \cdot 1\,000$
d) $4 : 10$
e) $0{,}201 \cdot 100$
f) $0{,}201 : 100$
g) $0{,}201 \cdot 1\,000$
h) $14{,}35 : 1\,000$

a) 1 430
b) 40
c) 14 350
d) 0,4
e) 20,1
f) 0,00201
g) 0,000201
h) 0,01435

2 **Expresa estas medidas de capacidad en decilitros.**

a) 12 ℓ **b)** 52,6 dal **c)** 14,7 cl **d)** 0,23 kl

a) 120 dl b) 5 260 dl c) 1,47 dl d) 2 300 dl

3 **Expresa las siguientes medidas de masa en decagramos.**

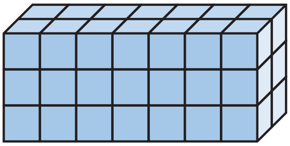
a) 0,7 hg **b)** 25 cg **c)** 5 g **d)** 21,96 kg

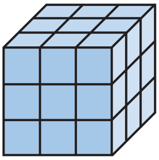
a) 70 dag b) 0,025 dag c) 0,5 dag d) 2 196 dag

Volumen de cuerpos geométricos

EJERCICIOS

001 **Determina el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.**

a) 

b) 

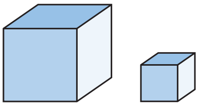
a) $V = 7 \cdot 3 \cdot 2 = 42$ cm^3

b) $V = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ cm^3

002 **Calcula el volumen de un cubo que tiene 5 cm de arista. Expresa el resultado en m^3.**

$V = 5^3 = 125$ cm^3 $= 0{,}000125$ m^3

003 **¿Cuántas veces es mayor el volumen del cubo grande que el del cubo pequeño?**



4 cm

2 cm

El volumen del cubo grande es 8 veces mayor.

004 **Expresa en decímetros cúbicos.**

a) 525 cm^3 **b) 0,5 dam^3** **c) 3 m^3**

a) 0,523 dm^3

b) 500 000 dm^3

c) 3 000 dm^3

005 **Expresa en forma compleja o incompleja.**

a) 3 425 123 m^3

b) 4 090,67 dm^3

c) 76 cm^3 0,46 dm^3

d) 90 cm^3 450 mm^3

a) 3 hm^3 425 dam^3 123 m^3

b) 4 m^3 90 dm^3 670 cm^3

c) 536 cm^3

d) 90 450 mm^3

006 **Una planta que potabiliza agua del mar desala 25 000 m^3 de agua al día. ¿Cuántos hm^3, dam^3 y m^3 desalará en un año?**

$25\,000 \cdot 365 = 9\,125\,000$ m^3 $= 9\,125$ dam^3 $= 9{,}125$ hm^3

007 **Calcula: 1 hm^3 − 2 dam^3 − 5 m^3**

$1\,000\,000 - 2\,000 - 5 = 997\,995$ m^3

008 **Expresa en decímetros cúbicos.**

a) 3,42 ℓ **b) 4 090 cl** **c) 0,98 dal** **d) 0,009 hl**

a) 3,42 dm^3

b) 40,9 dm^3

c) 9,8 dm^3

d) 0,9 dm^3

009 **Transforma en kilogramos las siguientes medidas de agua destilada.**

a) 240 cm³ **c) 7 dal**

b) 8,6 cl **d) 2 400 mm³**

a) 0,24 kg c) 70 kg

b) 0,086 kg d) 0,0024 kg

010 **¿Cuántos vasos de 3 dl de capacidad se pueden llenar con una jarra de 1,5 ℓ?**

Se pueden llenar 15 : 3 = 5 vasos.

011 **¿Cuántos litros de leche caben en un paquete de forma cúbica cuya arista mide 16 cm?**

Caben $16^3 = 4\,096$ cm³ = 4,096 litros de leche.

012 **¿Qué arista debe tener un cubo para contener 8 ℓ de aceite?**

$V = l^3 \rightarrow 8 = l^3 \rightarrow l = 2$ dm. Debe tener 2 dm de arista.

013 **Una barra de plata de 1 dm³ pesa 10,47 kg. ¿Cuál es la densidad de la plata?**

Como el volumen se expresa en dm³, la masa se expresará en kg.

Sustituimos en la fórmula: $d = \frac{m}{V} \rightarrow d = \frac{10{,}47}{1} \rightarrow d = 10{,}47$ kg/dm³

014 **Un trozo de metal de 400 cm³ de volumen tiene una densidad de 16,18 g/cm³. ¿Cuánto pesa?**

Como el volumen se expresa en cm³, la masa se expresará en g.

Sustituimos en la fórmula: $d = \frac{m}{V} \rightarrow 16{,}18 = \frac{m}{400}$

$\rightarrow m = 16{,}18 \cdot 400 \rightarrow m = 6\,472$ g

015 **Una barra de hierro pesa 50 kg. Si la densidad del hierro es 7,21 kg/ℓ, ¿cuál será su volumen?**

Como la masa se expresa en kg, el volumen se expresará en dm³.

Sustituimos en la fórmula: $d = \frac{m}{V} \rightarrow 7{,}21 = \frac{50}{V} \rightarrow 7{,}21 \cdot V = 50$

$\rightarrow V = \frac{50}{7{,}21} \rightarrow V = 6{,}93$ dm³

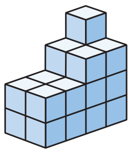
016 **Si una sortija, hecha con 1 cm³ de oro, pesa 19,26 g, ¿cuál es la densidad del oro?**

Sustituimos en la fórmula: $d = \frac{m}{V} \rightarrow d = \frac{19{,}26}{1} \rightarrow d = 19{,}26$ g/cm³

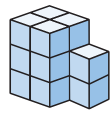
Volumen de cuerpos geométricos

017 **Si cada cubito mide 1 cm³, halla el volumen de estas figuras.**

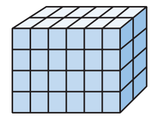
a)



b)



c)



a) 21 cubos → 21 cm³ b) 14 cubos → 14 cm³ c) 48 cubos → 48 cm³

018 **Obtén el volumen de una piscina que tiene 12 m de largo, 9 m de ancho y 2 m de profundidad. Expresa el resultado en m³ y ℓ.**

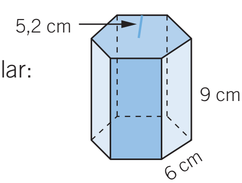
Como $V = 12 \cdot 9 \cdot 2 = 216$ m³, su capacidad es: 216 m³ = 216 kl = 216 000 ℓ

019 **Un ortoedro tiene de dimensiones $a = 25$ cm, $b = 8$ cm y $c = 5$ cm. ¿Cuánto mide la arista de un cubo con el mismo volumen que el ortoedro?**

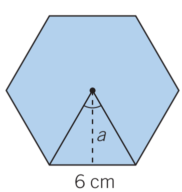
El volumen del ortoedro es: $25 \cdot 8 \cdot 5 = 1\,000$ cm³

La arista del cubo mide 10 cm.

020 **Determina el volumen de este prisma:**



Hallamos el área de la base, que es un hexágono regular:



$a = 5{,}2$ cm

$$A_{\text{Base}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{(6 \cdot 6) \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$$

$V = A_{\text{Base}} \cdot h = 93{,}6 \cdot 9 = 842{,}4$ cm³

021 **Halla el volumen de un cilindro cuya área de la base mide 45 cm² y su altura 7 cm.**

$V = A_{\text{Base}} \cdot h = 45 \cdot 7 = 315$ cm³

022 **Una urna de cristal tiene unas aristas de 40 cm, 40 cm y 60 cm. ¿Cuánta agua cabe en ella?**

$V = 40 \cdot 40 \cdot 60 = 96\,000$ cm³ = 96 dm³

Como 1 l = 1 dm³, caben 96 l de agua en la urna.

023 **¿Cuál es el área de la base de un cilindro con una altura de 8 cm y que tiene el mismo volumen que un cubo de 6 cm de arista?**

Volumen del cubo: $V = 6^3 = 216$ cm³

Volumen del cilindro: $V = A_{\text{Base}} \cdot 8 = 216 \rightarrow A_{\text{Base}} = 27$ cm²

024 **Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular de arista de la base 7 cm y altura 13 cm.**

Hallamos el área de la base, que es un cuadrado: $A = l^2 \rightarrow A = 7^2 = 49$ cm^2

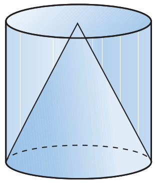
Calculamos el volumen: $V = \frac{1}{3} A_{Base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 49 \cdot 13 = 212,\widehat{3}$ cm^3

025 **¿Cuál es el radio de la base de un cono que tiene 12 cm de altura y un volumen de 168 cm³?**

$V = A_{Base} \cdot h \rightarrow 168 = A_{Base} \cdot 12 \rightarrow A_{Base} = 14$ cm^2

$A_{Base} = \pi r^2 \rightarrow 14 = \pi r^2 \rightarrow r = 2,11$ cm

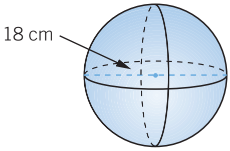
026 **Un cilindro tiene como diámetro de la base 8 cm y una altura de 12 cm. Halla el volumen de un cono de igual altura y base circular equivalente.**



$A_{Base} = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50,24$ cm^2

$V = \frac{1}{3} A_{Base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 50,24 \cdot 12 = 200,96$ cm^3

027 **Halla el volumen de esta esfera:**



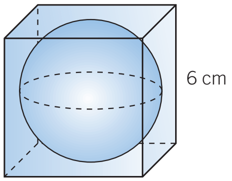
$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 9^3 \rightarrow V = 3052$ cm^3

028 **Si el volumen de una esfera es 34 cm³, ¿cuál es la longitud de su radio?**

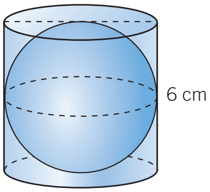
$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow 34 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow r^3 = 8,12 \rightarrow r = 2,01$ cm

029 **Calcula el volumen comprendido entre estos cuerpos y la esfera inscrita en ellos.**

a)



b)



a) Volumen del cubo: $V = l^3 \rightarrow V = 6^3 = 216$ cm^3

Volumen de la esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 \rightarrow V = 113,04$ cm^3

El volumen comprendido es: $216 - 113,04 = 102,96$ cm^3

b) Volumen del cilindro: $V = \pi r^2 h \rightarrow V = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 169,56$ cm^3

Volumen de la esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 \rightarrow V = 113,04$ cm^3

El volumen comprendido es: $169,56 - 113,04 = 56,52$ cm^3

ACTIVIDADES

030 Transforma en decímetros cúbicos.

a) 8,56 m^3 **c) 0,085 m^3**
b) 124 090 cm^3 **d) 0,006 dam^3**

a) 8 560 dm^3 c) 85 dm^3
b) 124,09 dm^3 d) 6 000 dm^3

031 Expresa en decámetros cúbicos.

a) 93,42 m^3 **c) 0,86 hm^3**
b) 64 090 cm^3 **d) 0,0059 dm^3**

a) 0,09342 dam^3 c) 860 dam^3
b) 0,00006409 dam^3 d) 0,0000000059 dam^3

032 Expresa en metros cúbicos.

a) 1,4 km^3 23 hm^3 18 dam^3
b) 0,625 dm^3 850 cm^3 589 mm^3

a) 1 423 018 000 m^3 b) 0,001475589 m^3

033 Transforma en hectómetros cúbicos.

a) 30 dam^3 41 m^3 **c) 760 m^3 480 dm^3**
b) 4 450 m^3 500 cm^3 **d) 98 m^3 4 800 dm^3**

a) 0,030041 hm^3 c) 0,000760480 hm^3
b) 0,0000044505 hm^3 d) 0,0001028 hm^3

034 Expresa de forma compleja.

a) 57 784 325 dam^3 **c) 85 245,9847 m^3**
b) 782 760,432 cm^3 **d) 6 667 229 503 dm^3**

a) 57 km^3 784 hm^3 325 dam^3
b) 782 dm^3 760 cm^3 432 mm^3
c) 85 dam^3 245 m^3 984 dm^3 700 cm^3
d) 6 hm^3 667 dam^3 229 m^3 503 dm^3

035 Expresa en mililitros.

a) 53,41 ℓ **c) 9,08 dal**
b) 5 246 cl **d) 0,0019 hl**

a) 53 410 ml c) 90 800 ml
b) 52 460 ml d) 190 ml

036 Transforma en decalitros.

a) 8 050 dl 900 cl
b) 850 ml 50 cl
c) 7 590,41 dl
d) 80 dl 4 750 ml

a) 81,4 dal
b) 0,09 dal
c) 75,9041 dal
d) 1,275 dal

037 Calcula el peso del agua destilada.

a) 3 dal
b) 12 dl
c) 65 cm^3
d) 423 m^3

a) 30 kg
b) 1,2 kg
c) 65 g
d) 423 000 kg

038 Una barra de hierro pesa 40 kg. Si la densidad del hierro es 7,8 kg/dm^3, ¿cuál será su volumen?

$$V = \frac{40}{7{,}8} = 5{,}128 \text{ dm}^3$$

039 Un lingote de plata de 2 dm^3 pesa 20,94 kg. ¿Cuál es la densidad de la plata?

$$d = \frac{20{,}94}{2} = 10{,}47 \text{ kg/dm}^3$$

040 La densidad del oro es 19,258 g/cm^3. Di qué significa esto.

Esto significa que 1 cm^3 de oro pesa 19,258 g.

041 Un bloque de aluminio pesa 75 kg y su densidad es 2,7 g/cm^3. ¿Cuál es su volumen?

$$V = \frac{75\,000}{2{,}7} = 27\,777{,}777 \text{ cm}^3 = 27{,}777 \text{ dm}^3$$

042 Un trozo de metal pesa 3 149,6 g y su densidad es 12,4 kg/dm^3. ¿Cuál es su volumen en cm^3?

$$V = \frac{3{,}1496}{12{,}4} = 0{,}254 \text{ dm}^3 = 254 \text{ cm}^3$$

043 Calcula el volumen de un cubo que tiene 8 cm de arista. Expresa el resultado en m^3.

$$V = 8^3 = 512 \text{ cm}^3 = 0{,}000512 \text{ m}^3$$

Volumen de cuerpos geométricos

044 **El perímetro de la base de un cubo es 84 cm. Halla su volumen.**

$P = 4l \rightarrow 84 = 4l \rightarrow l = 21$ cm

$V = 21^3 = 9\,261$ cm^3

045 **Si el volumen de un cubo es 98 cm^3, calcula la longitud de su arista.**

$98 = l^3 \rightarrow l = 4{,}61$ cm

046 **El volumen de un cubo es 125 cm^3. Halla su diagonal.**

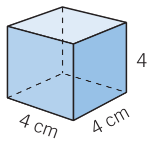
$125 = l^3 \rightarrow l = 5$ cm

Diagonal del lado: $d = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7{,}07$ cm

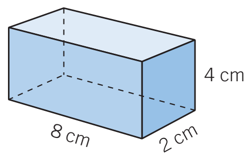
Diagonal del cubo: $d = \sqrt{50 + 5^2} = 8{,}66$ cm

047 **Identifica cuáles de estas figuras tienen el mismo volumen, aplicando el principio de Cavalieri.**

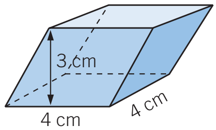
a)



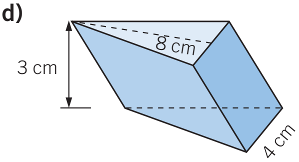
c)



b)



d)



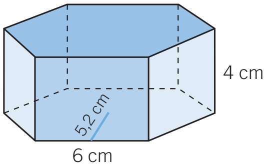
Las figuras de los apartados a) y c) tienen el mismo volumen, porque la sección de ambas mide 16 cm^2 de área y presentan igual altura, 4 cm.

Las figuras de los apartados b) y d) tienen el mismo volumen, porque la sección de ambas mide 16 cm^2 de área y presentan igual altura, 3 cm.

048 **Obtén el volumen de un prisma cuya base es un cuadrado de 8 cm de lado y su altura mide 15 cm.**

$V = 8^2 \cdot 15 = 960$ cm^3

049 **Calcula el volumen de este prisma de base hexagonal regular.**



$$A_{Base} = \frac{36 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{Base} \cdot h = 93{,}6 \cdot 4 = 374{,}4 \text{ cm}^3$$

050 Determina el volumen de un prisma hexagonal que tiene 10 cm de arista básica y 16 cm de altura.

$$a = \sqrt{100 - 25} = 8{,}66 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Base}} = \frac{60 \cdot 8{,}66}{2} = 259{,}8 \text{ cm}^2$$

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = 259{,}8 \cdot 16 = 4\,156{,}8 \text{ cm}^3$$

051 Un prisma de base cuadrada de 12 cm de altura tiene un volumen de 146 cm³. Calcula la longitud del lado de la base.

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h \rightarrow 146 = A_{\text{Base}} \cdot 12 \rightarrow A_{\text{Base}} = 12{,}17 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Base}} = l^2 \rightarrow 12{,}17 = l^2 \rightarrow l = 3{,}49 \text{ cm}$$

052 Obtén el volumen de un cilindro de altura 15 cm y diámetro de la base 16 cm.

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot 8^2 \cdot 15 = 3\,014{,}4 \text{ cm}^3$$

053 Calcula el radio de un cilindro que tiene 8 cm de altura y un volumen de 122 cm³.

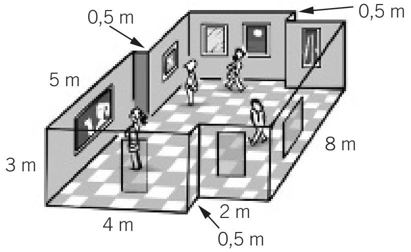
$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \pi r^2 h \rightarrow 122 = \pi \cdot r^2 \cdot 8 \rightarrow r = 2{,}2 \text{ cm}$$

054 Halla el volumen de un cilindro de 12 cm de radio de la base, y de altura, el triple del radio.

$$h = 3 \cdot 12 = 36 \text{ cm}$$

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot 12^2 \cdot 36 = 16\,277{,}76 \text{ cm}^3$$

055 Calcula el volumen de esta sala:

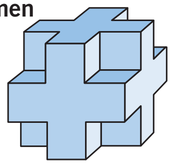


$$A_{\text{Base}} = A_{\text{Rectángulo}} - A_{\text{Entrantes}} = 9 \cdot 6 - 2 \cdot 0{,}5 - 2 \cdot 0{,}5 - 4 \cdot 0{,}5 = 50 \text{ m}^2$$

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = 50 \cdot 3 = 150 \text{ m}^3$$

Volumen de cuerpos geométricos

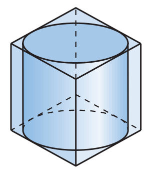
056 ●● **Obtén el volumen de la figura.**



El volumen es el volumen del cubo entero menos el volumen de los 8 cubitos que faltan:

$V = 6^3 - 8 \cdot 2^3 = 216 - 64 = 152$ cm^3

057 ●● **Calcula el volumen comprendido entre un cubo de 8 cm de arista y el cilindro inscrito en él.**



Volumen del cilindro: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 401{,}92$ cm^3

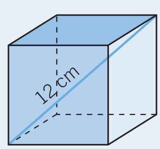
Volumen de la esfera: $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = 267{,}94$ cm^3

El volumen comprendido es: $401{,}92 - 267{,}94 = 133{,}98$ cm^3

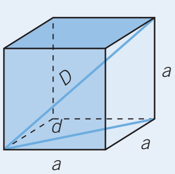
058 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL VOLUMEN DE UN CUBO CONOCIENDO SOLO SU DIAGONAL?

Calcula el volumen de este cubo:



PRIMERO. Se aplica el teorema de Pitágoras a los triángulos rectángulos:



- Hipotenusa D y catetos d y a.
  $D^2 = a^2 + d^2 \rightarrow 12^2 = a^2 + d^2$
- Hipotenusa d y catetos a y a.
  $d^2 = a^2 + a^2$

SEGUNDO. Se plantea un sistema con las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{r} 12^2 = a^2 + d^2 \\ d^2 = a^2 + a^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow d^2 = 12^2 - a^2 \\ \rightarrow 12^2 - a^2 = a^2 + a^2 \rightarrow a^2 = \dfrac{12^2}{3} = 48 \end{array}$$

$$\rightarrow a = \sqrt{48} = 6{,}93 \text{ cm}$$

TERCERO. Se calcula el volumen.

$$V = 6{,}93^3 = 332{,}81 \text{ cm}^3$$

059 Calcula el volumen de un cubo, sabiendo que su diagonal mide:

a) 27 cm **b) 32 cm** **c) 9 cm**

a) $\left.\begin{array}{r} 27^2 = a^2 + d^2 \\ d^2 = a^2 + a^2 \end{array}\right\} \rightarrow 27^2 = a^2 + a^2 + a^2 \rightarrow a = \sqrt{243} = 15{,}59 \text{ cm}$

$V = a^3 = 15{,}59^3 = 3\,789{,}12 \text{ cm}^3$

b) $\left.\begin{array}{r} 32^2 = a^2 + d^2 \\ d^2 = a^2 + a^2 \end{array}\right\} \rightarrow 32^2 = a^2 + a^2 + a^2 \rightarrow a = \dfrac{\sqrt{1\,024}}{3} = 18{,}48 \text{ cm}$

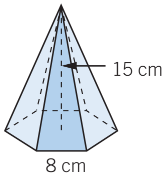
$V = a^3 = 18{,}48^3 = 6\,311{,}11 \text{ cm}^3$

c) $\left.\begin{array}{r} 9^2 = a^2 + d^2 \\ d^2 = a^2 + a^2 \end{array}\right\} \rightarrow 9^2 = a^2 + a^2 + a^2 \rightarrow a = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$

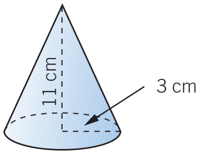
$V = a^3 = 5{,}2^3 = 140{,}61 \text{ cm}^3$

060 Halla el volumen de estas figuras.

a)



b)

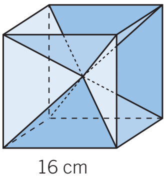


a) $a = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6{,}93 \text{ cm}$

$V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{48 \cdot 6{,}93}{2} \cdot 15 = 831{,}6 \text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 11 = 103{,}62 \text{ cm}^3$

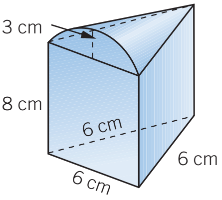
061 Uniendo el centro de un cubo de 16 cm de arista con sus 8 vértices se forman 6 pirámides. ¿Cuál es el volumen de cada pirámide?



El volumen de cada pirámide es la sexta parte del volumen del cubo:

$V = \dfrac{16^3}{6} = 682{,}67 \text{ cm}^3$

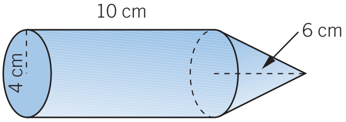
062 Halla el volumen de esta figura, formada por un prisma y la mitad de un cono, si el triángulo de la base del prisma es equilátero.



$h_{\text{Base}} = \sqrt{36 - 9} = 5{,}2 \text{ cm}$

$V = V_{\text{Prisma}} + \dfrac{V_{\text{Cono}}}{2} = \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} + \dfrac{\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 6}{2} = 15{,}6 + 28{,}26 = 43{,}86 \text{ cm}^3$

063 **En una acería se fabrican diariamente 3 000 piezas de acero ($d = 8$ g/cm^3) con esta forma. Halla la masa y el volumen de acero utilizado.**



$$V_{Pieza} = V_{Cilindro} + V_{Cono} = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 + \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 602{,}88 \text{ cm}^3$$

Volumen total de las piezas: $V = 602{,}88 \cdot 3\,000 = 1\,808\,640 \text{ cm}^3$

Masa: $M = 1\,808\,640 \cdot 8 = 14\,469\,120$ g

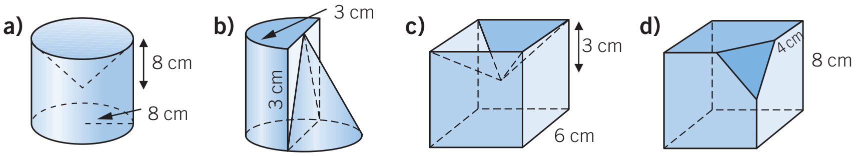
064 **Calcula el volumen de un cono de altura 36 cm y diámetro de la base $\frac{2}{3}$ de la altura.**

Altura: 36 cm → Diámetro: 24 cm $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 12^2 \cdot 36 = 5\,425{,}92 \text{ cm}^3$

065 **Un cilindro tiene como diámetro de la base 6 cm y una altura de 10 cm. Determina el volumen de un cono de igual altura y base circular equivalente.**

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 94{,}2 \text{ cm}^3$$

066 **Calcula el volumen de las figuras.**



a) $V = V_{Cilindro} - V_{Cono} = \pi \cdot 8^2 \cdot 16 - \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 8 = 2\,679{,}47 \text{ cm}^3$

b) $\frac{\text{Circunferencia}}{2} = \pi r \rightarrow \pi r = 3 \rightarrow r = 0{,}96$ cm

$$V = \frac{V_{Cilindro}}{2} - \frac{V_{Cono}}{2} = \frac{\pi \cdot 0{,}96^2 \cdot 3}{2} + \frac{\frac{1}{3}\pi \cdot 0{,}96^2 \cdot 3}{2} = 5{,}79 \text{ cm}^3$$

c) El volumen de la pirámide es la sexta parte del volumen del cubo:

$$V = 6^3 - \frac{6^3}{6} = 180 \text{ cm}^3$$

d) El volumen de la figura es el volumen de un cubo menos el volumen de una pirámide triangular cuya base es un triángulo rectángulo de lado 4 cm y altura 4 cm:

$$V = V_{Cubo} - V_{Pirámide} = 8^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 4}{2} \cdot 4 = 64 - 10{,}67 = 53{,}33 \text{ cm}^3$$

067 **Halla el volumen de una esfera de 15 cm de radio.**

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 15^3 = 14\,130 \text{ cm}^3$$

068 **El diámetro de la base y la altura de un cilindro miden 16 cm. Obtén el volumen comprendido entre el cilindro y la esfera inscrita en él.**

Volumen del cilindro: $V = \pi r^2 h \rightarrow V = \pi \cdot 8^2 \cdot 16 = 3\,215{,}36 \text{ cm}^3$

Volumen de la esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8^3 = 2\,143{,}57 \text{ cm}^3$

El volumen comprendido es: $3\,215{,}36 - 2\,143{,}57 = 1\,071{,}79 \text{ cm}^3$

069 **Calcula y contesta.**

a) ¿Cuál es el volumen de una esfera cuyo diámetro mide 14 cm?

b) ¿Cuántos centilitros de agua caben en esta esfera?

c) ¿Cuántos centigramos pesa el agua que cabe en la esfera?

a) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 7^3 = 1\,436{,}03 \text{ cm}^3$

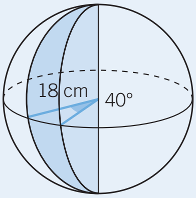
b) En la esfera caben: $1\,436{,}03 : 10 = 143{,}603$ cl

c) El agua de la esfera pesa: $1\,436{,}03 \cdot 100 = 143\,603$ cg

070 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL VOLUMEN DE UN SECTOR ESFÉRICO?

La porción de una esfera limitada por dos semicírculos cuyo diámetro es el de la esfera se llama sector esférico. ¿Cuál es el volumen de este sector esférico?



PRIMERO. Se calcula el volumen de la esfera.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 18^3 = 24\,416{,}64 \text{ cm}^3$$

SEGUNDO. Se plantea una regla de tres en función de los grados que tenga el sector esférico.

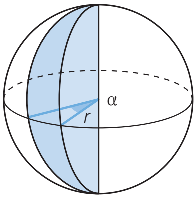
$$\text{Si a } 360° \xrightarrow{\text{le corresponden}} 24\,416{,}64 \text{ cm}^3$$

$$\text{a } 40° \xrightarrow{\text{le corresponderán}} x \text{ cm}^3$$

$$x = \frac{40 \cdot 24\,416{,}64}{360} = 2\,712{,}96 \text{ cm}^3$$

Volumen de cuerpos geométricos

071 **Calcula el volumen de estos sectores esféricos.**



a) $r = 8$ cm $\alpha = 36°$
b) $r = 5$ m $\alpha = 120°$
c) $r = 10$ dam $\alpha = 90°$
d) $r = 12$ cm $\alpha = 150°$

a) $V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 8^3 = 2\,143{,}57 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Sector}} = \frac{V_{\text{Esfera}} \cdot 36}{360} = 214{,}357 \text{ cm}^3$

b) $V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = 523{,}33 \text{ m}^3$

$V_{\text{Sector}} = \frac{V_{\text{Esfera}} \cdot 120}{360} = 174{,}44 \text{ m}^3$

c) $V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = 4\,186{,}67 \text{ dam}^3$

$V_{\text{Sector}} = \frac{V_{\text{Esfera}} \cdot 90}{360} = 1\,046{,}67 \text{ dam}^3$

d) $V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 12^3 = 7\,234{,}56 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Sector}} = \frac{V_{\text{Esfera}} \cdot 150}{360} = 3\,014{,}4 \text{ cm}^3$

072 **Una naranja de 10 cm de diámetro tiene 8 gajos iguales. Calcula el volumen de cada gajo.**

$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = 523{,}33 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Gajo}} = \frac{V_{\text{Esfera}}}{8} = 65{,}42 \text{ cm}^3$

073 **El consumo anual de agua en una vivienda ha sido de 140 m³ 256 dm³. ¿Cuánto tienen que pagar si el metro cúbico cuesta 0,90 €?**

El consumo anual es de $140 \text{ m}^3\ 256 \text{ dm}^3 = 140{,}256 \text{ m}^3$.

Por tanto, el gasto anual es: $140{,}256 \cdot 0{,}90 = 126{,}23$ €

074 **Un bote lleno de agua destilada pesa 380 g y vacío pesa 20 g. ¿Cuál es su capacidad en decilitros y en centilitros?**

El peso del agua que hay en el bote es $380 - 20 = 360$ g, por lo que su capacidad es 360 ml = 36 cl = 3,6 dl.

075 Un grifo vierte 80 litros por hora y tarda 1 hora y 36 minutos en llenar una barrica. ¿Qué volumen tiene la barrica?

Los litros que caben en la barrica son $80 \cdot 1{,}6 = 128$ litros, siendo el volumen de la barrica de 128 dm^3.

076 Una bomba de agua que achica 30 dm^3/min, tarda 2 horas y media en vaciar un depósito. ¿Cuántos litros caben en el depósito?

Los litros de agua que desaloja son $30 \cdot 150 = 4\,500$ litros, que es la capacidad del depósito.

077 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS DE LLENADO Y VACIADO CON DISTINTAS UNIDADES?

Un grifo mana 140 ℓ/mm. ¿Cuánto tarda en llenar un depósito de 9 m^3 800 dm^3?

PRIMERO. Se transforman todas las cantidades a las mismas unidades.

Se transforma en dm^3:

Grifo $\longrightarrow$ 140 ℓ/min = 140 dm^3/min

Depósito $\rightarrow$ $9\ m^3 + 800\ dm^3 = (9 \cdot 1\,000)\ dm^3 + 800\ dm^3 = 9\,800\ dm^3$

SEGUNDO. Se resuelve la regla de tres.

$$\text{Si}\quad 140\ dm^3 \xrightarrow{\text{se llenan en}} 1\ \text{min}$$

$$9\,800\ dm^3 \xrightarrow{\text{se llenarán en}} x\ \text{min}$$

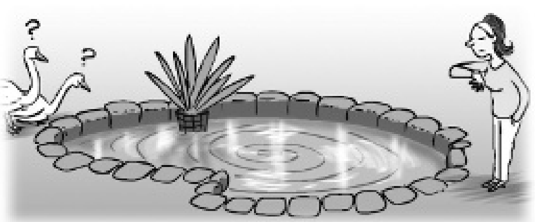
$$x = \frac{1 \cdot 9\,800}{140} = 70\ \text{min}$$

078 Un grifo mana 24,1 ℓ/min. ¿Cuánto tarda en llenar un depósito de 24,75 m^3 160 dm^3?

La capacidad del depósito es de 24 m^3 910 dm^3 = 24 910 litros.

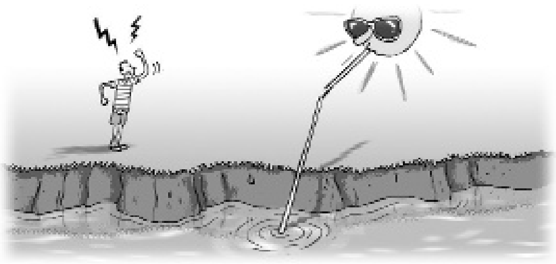
Tardará en llenarse: 24 910 : 24,1 = 1 033,61 minutos

079 El desagüe de un estanque de 180 dm^3 desaloja 35 ℓ/min. ¿Cuánto tardará en vaciarse?



Tardará en vaciarse: 180 : 35 = 5,14 minutos

080 ●● **Un pantano contiene 3 542 millones de m^3 de agua. En verano pierde 875 000 ℓ por día.**



a) ¿Cuántos m^3 perderá en 60 días?
b) ¿Cuántos m^3 le quedarán después de 20 días?

a) 875 000 litros $= 875$ m^3
En 60 días perderá: $875 \cdot 60 = 52\,500$ m^3

b) Después de 20 días quedarán:
$3\,542\,000\,000 - 875 \cdot 20 = 3\,541\,982\,500$ m^3

081 ●● **En un depósito caben 2 700 ℓ de agua. Si un grifo tarda en llenarlo 45 minutos, ¿cuántos metros cúbicos mana por minuto?**

Consideramos que 2 700 litros equivalen a 2,7 m^3.
En un minuto mana: $2{,}7 : 45 = 0{,}06$ m^3/min

082 ●● **Una piscina tiene 25 m de largo, 12 m de ancho y 1,6 m de profundidad. ¿Cuánto tiempo tarda en llenarla un grifo que vierte 100 ℓ/min?**

El volumen de la piscina es: $25 \cdot 12 \cdot 1{,}6 = 480$ m^3 $= 480\,000$ dm^3
Tardará en llenarse: $480\,000 : 100 = 4\,800$ minutos $= 80$ horas

083 ●● **¿Cuántas cajas de 1 m de largo, 8 dm de ancho y 6 dm de altura se pueden apilar en una sala de 4 × 3,2 m de planta y 2,4 m de altura?**

Volumen de cada caja: $V_{\text{Caja}} = 1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$ m^3
Volumen de la sala: $V_{\text{Sala}} = 4 \cdot 3{,}2 \cdot 2{,}4 = 30{,}72$ m^3
El número de cajas que podemos almacenar es: $30{,}72 : 0{,}48 = 64$ cajas

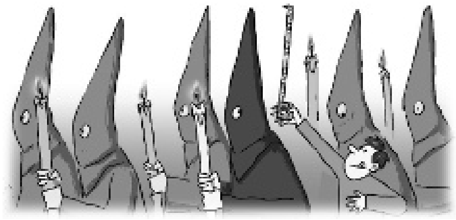
084 ●● **En un día las precipitaciones de lluvia fueron de 60 ℓ/m^2. ¿Qué altura alcanzó el agua en un recipiente cúbico de 2 dm de arista?**

El agua que recogió el recipiente fue:

$$\left.\begin{array}{l} 60\ \ell \longrightarrow 1\,000\ \text{dm}^2 \\ x\ \ell \longrightarrow 4\ \text{dm}^2 \end{array}\right\} \rightarrow x = 0{,}24\ \ell$$

La altura que alcanzó es: $V = A_{\text{Base}} \cdot h \rightarrow 0{,}24 = 4 \cdot h \rightarrow h = 0{,}06$ dm $= 6$ mm

085 **Halla el volumen del capirote de un cofrade de Semana Santa, sabiendo que tiene 9 cm de radio y 60 cm de altura.**



$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 9^2 \cdot 60 = 5\,086{,}8 \text{ cm}^3$$

086 **Para inflar 200 balones de radio 12 cm, ¿qué volumen de aire se necesita?**

Volumen de un balón:

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 12^3 = 7\,234{,}56 \text{ cm}^3$$

Volumen de 200 balones:

$$V = 7\,234{,}56 \cdot 200 = 1\,446\,912 \text{ cm}^3$$

087 **Calcula el volumen de material que se necesita para fabricar un balón de 15 cm de radio y 1 cm de espesor.**

El volumen de material que se necesita es igual al volumen de la esfera exterior menos el volumen de la esfera interior.

$$V = V_{\text{Exterior}} - V_{\text{Interior}} = \frac{4}{3}\pi \cdot (15^3 - 14^3) = \frac{4}{3}\pi \cdot 631 = 2\,641{,}79 \text{ cm}^3$$

088 **El radio de la Tierra mide 6 370 km y el de Marte mide 3 400 km.**

a) ¿Cuántas veces es mayor el radio de la Tierra que el de Marte?

b) ¿Cuántas veces mayor es el volumen de la Tierra que el de Marte?

a) El radio de la Tierra es:

$$\frac{6\,370}{3\,400} = 1{,}87 \text{ veces mayor que el de Marte}$$

b) Volumen de la Tierra: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6\,370^3 = 1\,082\,148\,051\,226{,}67 \text{ km}^3$

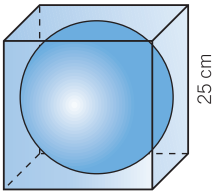
Volumen de Marte: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 3\,400^3 = 164\,552\,746\,666{,}67 \text{ km}^3$

$$\frac{1\,082\,148\,051\,226{,}67}{164\,552\,746\,666{,}67} = 6{,}58$$

El volumen de la Tierra es 6,58 veces mayor que el de Marte.

Volumen de cuerpos geométricos

089 **Una empresa que fabrica bolas de cristal las envasa como ves en la figura.**



a) Halla el volumen comprendido entre el cilindro del envase y la bola inscrita en él.

b) Si se rellena el hueco entre la bola y el envase con un material que cuesta 4,50 €/m³, ¿cuánto costará el relleno de 200 envases?

c) Contesta a las preguntas anteriores, suponiendo que el envase fuera un cilindro de radio 13 cm y altura 25 cm.

d) ¿Cuál de las dos opciones es más económica?

a) $V = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Esfera}} = 25^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot 12{,}5^3 = 7\,447{,}92 \text{ cm}^3 = 0{,}00744792 \text{ m}^3$

b) El coste es: $200 \cdot 4{,}50 \cdot 0{,}00744792 = 6{,}70$ €

c) $V = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Esfera}} = \pi \cdot 13^2 \cdot 25 - \frac{4}{3}\pi \cdot 12{,}5^3 =$

$= 5\,089{,}42 \text{ cm}^3 = 0{,}00508942 \text{ m}^3$

El coste es: $200 \cdot 4{,}50 \cdot 0{,}00508942 = 4{,}58$ €

d) Es más económica la opción del cilindro.

090 **Un cono de 3 m de altura y una esfera de 3 m de radio tienen el mismo volumen. ¿Cuál es el radio de la base del cono?**

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 3 \\ V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 \rightarrow r^2 = 12 \rightarrow r = \sqrt{12} = 3{,}46 \text{ cm}$$

091 **Si un cono y un cilindro tienen igual base y volumen, ¿qué relación hay entre sus alturas?**

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ V_{\text{Cilindro}} = \pi r^2 H \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 H \rightarrow h = 3H$$

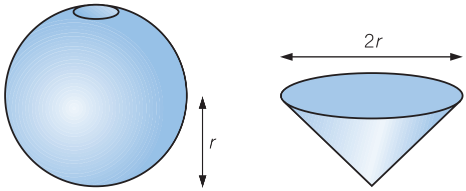
La altura del cono es el triple de la altura del cilindro.

092 **Un cono y un cilindro tienen la misma altura y volumen. ¿Qué relación existe entre los diámetros de sus bases?**

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ V_{\text{Cilindro}} = \pi R^2 h \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi R^2 H \rightarrow r^2 = 3R^2 \rightarrow r = \sqrt{3}R$$

El diámetro del cono es $\sqrt{3}$ del diámetro del cilindro.

093 **El radio del cono de la figura es igual que su altura y ambos segmentos son idénticos al radio de la esfera. ¿Cuántos conos de agua se necesitan para llenar la esfera?**



$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{Cono}} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 r \\ V_{\text{Esfera}} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{V_{\text{Esfera}}}{V_{\text{Cono}}} = \frac{\dfrac{4}{3}\pi r^3}{\dfrac{1}{3}\pi r^3} = 4$$

Se necesitan 4 conos de agua para llenar la esfera.

094 **¿Cuántas veces aumenta el volumen de un prisma hexagonal si duplicamos su altura? ¿Y si duplicamos las dimensiones de la base? ¿Y si duplicamos sus tres dimensiones?**

- Volumen del prisma original:

$$V = A_{\text{Base1}} \cdot h = \frac{P \cdot a}{2} \cdot h$$

- Volumen del prisma con doble altura:

$$V_1 = A_{\text{Base1}} \cdot 2 \cdot h = \frac{P \cdot a}{2} \cdot 2 \cdot h = P \cdot a \cdot h$$

El volumen del prisma con doble altura es el doble del original.

- Volumen del prisma con doble base:

$$V_2 = A_{\text{Base2}} \cdot h = \frac{(2 \cdot P) \cdot (2 \cdot a)}{2} \cdot h = 2 \cdot P \cdot a \cdot h$$

El volumen del prisma con doble base es el cuádruple del original.

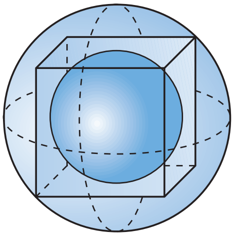
- Volumen del prisma con dimensiones duplicadas:

$$V_2 = A_{\text{Base2}} \cdot 2 \cdot h = \frac{(2 \cdot P) \cdot (2 \cdot a)}{2} \cdot 2 \cdot h = 4 \cdot P \cdot a \cdot h$$

El volumen del prisma con sus dimensiones duplicadas es 8 veces mayor que el original.

Volumen de cuerpos geométricos

095 ●●● **Dentro de una esfera está inscrito un cubo y, dentro de él, hay inscrita una esfera. ¿Qué relación existe entre el volumen de la esfera interior y la exterior?**



Radio de la esfera exterior: r

Lado del cubo: l

Diagonal del lado del cubo: $\sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2}l$

Diagonal del cubo: $\sqrt{2l^2 + l^2} = \sqrt{3}l$

El diámetro de la circunferencia coincide con la diagonal del cubo:

$$2r = \sqrt{3}l \rightarrow l = \frac{2}{\sqrt{3}}r$$

Radio de la circunferencia menor: $r' = \dfrac{l}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}r$

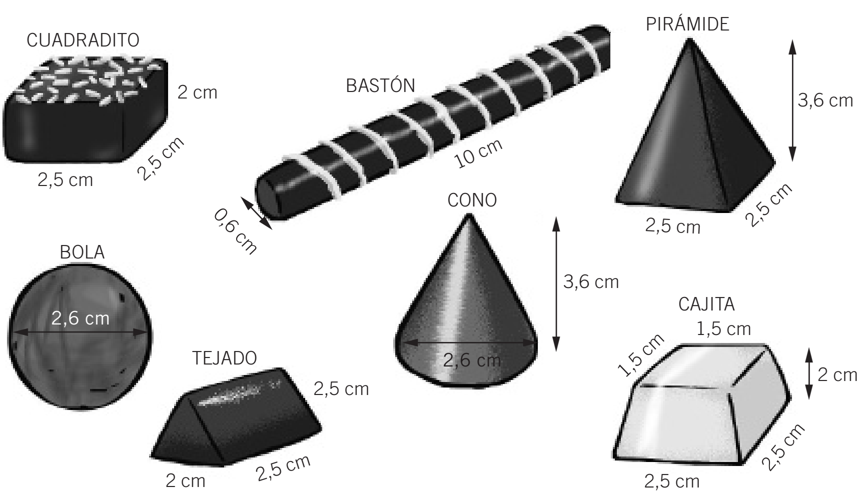
Volumen de la esfera mayor: $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

Volumen de la esfera menor: $V_2 = \dfrac{4}{3}\pi \cdot \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}r\right)^3$

Relación entre los volúmenes: $\dfrac{\dfrac{4}{3}\pi r^3}{\dfrac{4}{3}\pi \cdot \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}r\right)^3} = \sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}$

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

096 ●●● **Los Bombones Bombay cuidan mucho el diseño de los bombones que fabrican. Por eso, dan una especial importancia a la forma de los bombones.**



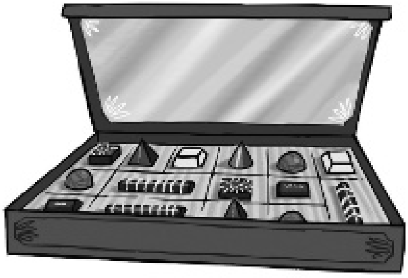
ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Si los bombones son macizos, ¿qué cantidad de chocolate se necesita para fabricar un bombón *cuadradito*? ¿Y un bombón *bastón*?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

b) Si esta es la caja en la que se comercializan los bombones:

¿Cuántos litros de chocolate se necesitan para cada caja de bombones?



ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) ¿Se podrían colocar los bombones de otra manera para que las dimensiones de la caja fuesen menores?

a) • Bombón *cuadradito*: $V = 2{,}5^2 \cdot 2 = 12{,}5$ cm^3 de chocolate

• Bombón *bastón*: $V = \pi \cdot 0{,}3^2 \cdot 10 = 2{,}83$ cm^3 de chocolate

b) • Volumen del bombón *pirámide*: $V = \frac{1}{3} \cdot 2{,}5^2 \cdot 3{,}6 = 7{,}5$ cm^3

• Volumen del bombón *bastón*: $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 2{,}83$ cm^3

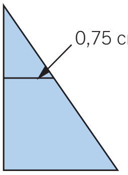
• Volumen del bombón *tejado*:

$$a = \sqrt{2{,}5^2 - 1^2} = 2{,}29 \text{ cm} \rightarrow V = \frac{2 \cdot 2{,}29}{2} \cdot 2{,}5 = 5{,}73 \text{ cm}^3$$

• Volumen del bombón *cono*: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 1{,}3^2 \cdot 3{,}6 = 6{,}37$ cm^3

• Volumen del bombón *cajita*:

El volumen del tronco de pirámide es el volumen total de la pirámide menos el volumen de la pirámide que se le ha quitado.



Como los triángulos son semejantes, se cumple:

$$\frac{1{,}25}{h+2} = \frac{0{,}75}{h} \rightarrow 1{,}25h = 0{,}75h + 1{,}5 \rightarrow h = 3 \text{ cm}$$

$$V_7 = \frac{1}{3} \cdot 2{,}5^2 \cdot 5 - \frac{1}{3} \cdot 1{,}5^2 \cdot 3 = 8{,}17 \text{ cm}^3$$

La caja de bombones tiene 2 bombones *cuadradito*, 2 *pirámide*, 3 *bastón*, 2 *tejado*, 1 *cono* y 2 *cajita*.

$$V = 2 \cdot 12{,}5 + 2 \cdot 7{,}5 + 3 \cdot 9{,}2 + 3 \cdot 2{,}83 + 2 \cdot 5{,}73 + 6{,}37 + 2 \cdot 8{,}17 =$$
$$= 110{,}26 \text{ cm}^3$$

Se necesitan:

$110{,}26$ cm^3 $= 0{,}11026$ dm^3 $= 0{,}11026$ *l* de chocolate

c) Longitud mínima de la parte de arriba:

$4 \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 2{,}6 = 15{,}2$ cm

Longitud mínima de la parte de abajo:

$2 \cdot 2{,}5 + 10 + 2{,}6 + 0{,}6 = 18{,}2$ cm

Anchura mínima de la parte izquierda: $2{,}5 + 2{,}6 + 2 = 7{,}1$ cm

Anchura mínima de la parte derecha: $10 + 2{,}5 = 12{,}5$ cm

Área mínima de la caja: $18{,}2 \cdot 12{,}5 = 227{,}5$ cm^2

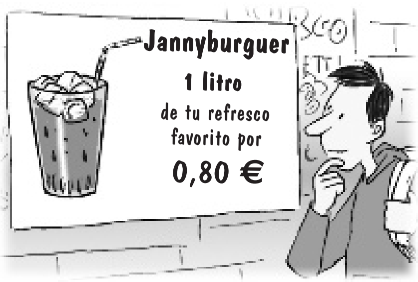
Una manera de disminuir las dimensiones de la caja sería:

Agrupar los 3 *bastones* en paralelo, con lo cual la anchura de la caja serían 10 cm y agrupar el resto de bombones junto a ellos. Por columnas, podemos agrupar las 3 *bolas*, en la siguiente columna los 2 *cuadraditos* y el *cono*, en la siguiente, las 2 *pirámides* y 1 *tejado*, y en la última columna, el otro *tejado* y las 2 *cajitas*.

La longitud de la caja sería: $3 \cdot 0{,}6 + 2{,}6 + 2{,}6 + 2{,}5 + 2{,}5 = 12$ cm

Así, el área de la caja se reduciría a: $10 \cdot 12 = 120$ cm^2

097 ●●● **En una famosa cadena de restaurantes anuncian la siguiente oferta:**



En esta oferta usan vasos como el que ves en el cartel, con forma de cono cortado por un plano paralelo a la base.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Si el vaso fuera un cilindro, con diámetro de la base 10 cm y altura 16 cm, ¿qué capacidad tendría? ¿Y si fuese un cono con las mismas medidas?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

b) Si las medidas del vaso son las que figuran en la fotografía y lo llenamos por completo, ¿qué capacidad tendrá el vaso?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) En cada vaso se introducen ocho hielos cúbicos de 3 cm de lado y, después, se llena el vaso de refresco hasta 2 cm del borde.

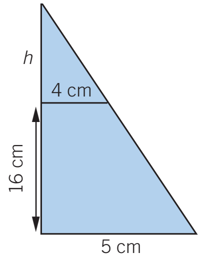
Teniendo en cuenta que del volumen de los hielos flota en el refresco,

quedando $\frac{1}{10}$ fuera del vaso, ¿es cierto lo que se afirma en el anuncio?

a) $V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 16 = 1\,256 \text{ cm}^3 = 1{,}256 \ \ell$

$V_{\text{Cono}} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 16 = 418{,}67 \text{ cm}^3 = 0{,}41867 \ \ell$

b)



Como los triángulos son semejantes:

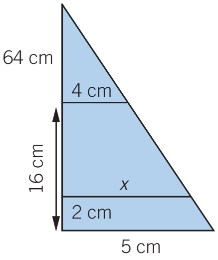
$$\frac{5}{h + 16} = \frac{4}{h} \rightarrow 5h = 4h + 64 \rightarrow h = 64 \text{ cm}$$

El volumen del tronco de cono es igual al volumen del cono total menos el cono que hemos cortado:

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot (16 + 64) - \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 64 = 1\,021{,}55 \text{ cm}^3 =$$
$$= 1{,}02155 \ \ell$$

El vaso, lleno al completo, tiene una capacidad de, prácticamente, 1 litro.

c)



Como los triángulos son semejantes:

$$\frac{4}{x} = \frac{64}{78} \rightarrow x = 4{,}875 \text{ cm}$$

Volumen del vaso: $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 4{,}875^2 \cdot 78 - \dfrac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 64 = 868{,}44 \text{ cm}^3$

Volumen de los cubitos: $8 \cdot 3^3 = 216 \text{ cm}^3$

Volumen sumergido de los cubitos: 90 % de $216 = 194{,}4 \text{ cm}^3$

El volumen de refresco es: $868{,}44 - 194{,}4 = 674{,}04 \text{ cm}^3 = 0{,}67404 \ \ell$

El refresco que contiene el vaso es algo más de medio litro.