

1. Si $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1$ y $Q(x) = 3x^2 - 3x + 2$, opera:

a) $P-Q$ b) $3P+2Q$ c) $P+Q$ d) $P \cdot Q$

Sol: a) $P-Q = 4x^3 - 6x^2 + 3x - 1$

b) $3P+2Q = 12x^3 - 3x^2 - 6x + 7$

c) $P+Q = 4x^3 - 3x + 3$

d) $P \cdot Q = 12x^5 - 21x^4 + 17x^3 - 3x^2 - 3x + 2$

2. Si $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$, $Q(x) = 2x^2 - 2x + 1$ y $R(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 1$, opera:

a) $P+Q$; b) $P-Q+R$; c) $2P-3R$; d) $P \cdot Q-R$; e) $P+Q-R$; f) $Q \cdot (2P-R)$; g) R/Q

Sol: a) $P+Q = x^3 + x^2 - 5x + 2$;

b) $P-Q+R = 3x^3 - 9x^2 + 5x - 1$

c) $2P-3R = -4x^3 + 16x^2 - 24x + 5$;

d) $P \cdot Q-R = 2x^5 - 4x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 11x + 2$

e) $P+Q-R = -x^3 + 7x^2 - 11x + 3$;

f) $Q \cdot (2P-R) = 8x^4 - 32x^3 + 34x^2 - 18x + 3$

g) R/Q 6 Cociente: $x-2$; Resto: $x+1$

3. Factoriza:

a) $x^4 - x^3 - x^2 + x$

b) $3x^3 + 3x^2 - 18x$

c) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$

d) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$

e) $x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 3x^2$

f) $2x^3 - 2x^2 - 12x$

g) $3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 6x + 3$

h) $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

i) $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$

j) $4x^4 - 6x^3 + 2x^2$

Sol: a) $(x-1)^2 \cdot (x+1) \cdot x$; b) $(x+3) \cdot (x-2) \cdot 3x$; c) $(x-1) \cdot (x+4) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$;

d) $(x^2+1) \cdot (x-2) \cdot (x-1)$; e) $x^2 \cdot (x-1)^2 \cdot (x-3)$; f) $(x+2)(x-3)2x$; g) $3(x+1)^2(x^2+1)$;

h) $(x-2)(x-1)(x+1)(x+3)$; i) $(x+1)(x+2)(x^2+2)$; j) $2x^2(x-1)(2x-1)$

4. Divide:

a) $x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2 : x^2 - x$

b) $x^5 - 4x^3 + 4x^2 + 4x - 3 : x^2 - 2$

c) $x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 5x + 2 : x^3 - x + 1$

d) $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2 : x^2 - 1$

e) $x^6 - 4x^4 + x^3 + 3x^2 + x : x^3 - x$

f) $x^4 + 2x^2 - 5 : x^2 + 3$

Sol: a) Cociente: $x^2 - 3x + 1$, resto: $x + 2$; b) Cociente: $x^3 - 2x + 4$, resto: 5; c) cociente: $x^2 + 3x + 1$, resto: $3x + 1$; d) cociente: $x^2 + 3x - 2$, resto: 0; e) cociente: $x^3 - 3x + 1$, resto: $2x$; f) cociente: $x^2 - 1$, resto: -2

5. Halla el resto de la división:

a) $x^5 - 2x^3 + x^2 - 1 : x - 2$

b) $x^3 - 3x + 2 : x - 1$

c) $2x^4 - 3x^2 + x - 1 : x + 1$

d) $-x^6 - 3x^5 + 2x^2 - 3 : x + 2$

e) $x^3 - 2x^2 + x + 3 : x - 1$

f) $2x^4 - 3x^2 - x + 1 : x - 3$

g) $x^4 - 3x^3 + 2x : x - 2$

h) $3x^4 - 2x^3 + 3 : x + 1$

Sol: a) 19; b) 0; c) -3; d) 37; e) 3; f) 133; g) -4; h) 8

6. Halla "a" para que la siguiente división sea exacta:

$x^5 - 3x^3 + ax^2 - 4 : x - 2$

Sol: $a = -1$

7. Halla "a" para que la siguiente división tenga de resto 2:

$$x^6 - 4x^5 + 5x^4 - 5x^3 + 4x^2 + ax + 2 : x - 1$$

Sol: $a = -1$

8. Divide por el método de Ruffini:

a) $x^5 - 2x^4 - 3x^2 + 7x + 1 : x - 2$

b) $x^4 - x^3 - 2x^2 + x - 1 : x + 1$

c) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 3 : x - 1$

d) $x^4 + 3x^3 - x^2 - x + 3 : x + 3$

e) $-x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x + 7 : x - 3$

f) $x^5 + x^4 - 2x^3 + 4x - 3 : x + 2$

Sol: a) $c: x^4 - 3x + 1$, r: 3; b) $c: x^3 - 2x^2 + 1$, r: -2; c) $c: 2x^2 - x + 3$, r: 0; d) $c: x^3 - x + 2$, r: -3; e) $c: -x^3 + x^2 - 2$, r: 1; f) $c: x^4 - x^3 + 4$, r: -11

9. Efectúa:

a) $3x^3 - 2x^3 - x^3$

b) $-2x^2 + 5x^2 - 4x^2$

c) $-x^2 - 2x^2 + 5x^2$

d) $x^4 - \frac{2}{3}x^4 + \frac{1}{2}x^4$

e) $2x - \frac{2}{3}x + \frac{x}{2}$

f) $\frac{2}{3}x^3 + x^3 - \frac{3}{2}x^3$

Sol: a) 0; b) $-x^2$; c) $2x^2$; d) $5x^4/6$; e) $3x/2$; f) $x^3/6$

10. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $2x^3 - 5x^2 + 3 - 2 - 3x^3 + x^2$

b) $2x - 3x^2 - 2 - (x^2 + 3x + 4)$

c) $x^2 - (2x + 3) - (x^2 + 2x)$

d) $5 - 3(x^2 + 1) + x(x + 2)$

e) $x^2 - 3x + 2 - (x - x^2) + 3x$

f) $x^2 - x + 2x^2 - 4 + 3x$

Sol: a) $-x^3 - 4x^2 + 1$; b) $-4x^2 - x - 6$; c) $-4x - 3$; d) $-2x^2 + 2x + 2$; e) $2x^2 - x + 5$; f) $3x^2 + 2x - 4$

11. Efectúa y reduce:

a) $3x^2 \cdot 5x + 2x(-3x^2)$

b) $\frac{3}{2}x^2 \left(-\frac{2}{5}x \right)$

c) $\frac{x^3}{2} - \frac{3x}{2}x^2$

d) $\frac{9x^3}{3x} + \frac{x^4}{x^2}$

Sol: a) $9x^3$; b) $-3x^3/5$; c) $-x^3$; d) $4x^2$

12. Opera y simplifica:

a) $3x^3 - 2x^2x + x^2(-x + 3)$

b) $\frac{2}{3} \left(\frac{3}{4}x \right) (-3x) - \frac{1}{2}(4x^2 + 3)$

c) $(2x^2 + x + 1) \cdot (x - 2)$

d) $(x^2 - 2x - 3) \cdot (2x + 1)$

Sol: a) $3x^2$; b) $-7x^2/2 - 3/2$; c) $2x^3 - 3x^2 - x - 2$; d) $2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$

13. Dados los polinomios: $P(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1$; $Q(x) = x^2 - 4x + 1$ y $R(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 - 9$, calcula:

a) $P + Q$; b) $P + R$; c) $P + Q + R$; d) $P - Q$; e) $R - Q$

Sol: a) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 4x$; b) $3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 10$; c) $3x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 4x - 9$;

d) $x^4 + 3x^3 + x^2 + 4x - 2$; e) $2x^4 - x^3 + 4x - 10$

14. Multiplica:

a) $(x^2 - 3x + 1) \cdot (x + 2)$

b) $(2x^3 - 3x^2 + 2) \cdot (2x - 1)$

c) $(x^2 + x - 2) \cdot (x^2 + 1)$

Sol: a) $x^3 - x^2 - 5x + 2$; b) $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 4x - 2$; c) $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$

15. Desarrolla los siguientes cuadrados:

a) $(x+1)^2$ b) $(x-4)^2$ c) $(2x-1)^2$

d) $(3x+2)^2$ e) $\left(\frac{2}{3}x - 3\right)^2$ f) $\left(\frac{2}{3} + 2x\right)^2$

Sol: a) $x^2 + 2x + 1$; b) $x^2 - 8x + 16$; c) $4x^2 - 4x + 16$; d) $9x^2 + 12x + 4$; e) $4x^2/9 - 4x + 9$; f) $4/9 + 8x/3 + 4x^2$

16. Extrae factor común:

a) $3x + 6x^2$ b) $x^2 + 3x - 2x^3$ c) $x^2 - 3x + 4x^2$

d) $x^3 - 3x^2 + 2x$ e) $a(x-2) + b(x-2) - c(x-2)$ f) $2x^2(z-1) + x^2(z-2) - x^2(z-3)$

g) $2x(y+3) + x(y+1) - x(y+1)$

Sol: a) $3x(1+2x)$; b) $x(-2x^2 + x + 3)$; c) $x(5x-3)$; d) $x(x^2 - 3x + 2)$; e) $(a+b-c)(x-2)$; f) $x^2(2z-1)$; g) $2x(y+3)$

17. Desarrolla los siguientes productos notables:

a) $(x - y)^2$ b) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^2$ c) $(3 - x^2)^2$

d) $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2$ e) $\left(\frac{x}{2} + x^2\right)^2$ f) $\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}y\right)^2$

Sol: a) $x^2 - 2xy + y^2$; b) $x^2/4 + xy/3 + y^2/9$; c) $9 - 6x^2 + x^4$; d) $4x^2 - 4 + 1/x^2$; e) $x^2/4 + x^3 + x^4$; f) $x^2/4 - 3xy/4 + 9y^2/16$

18. Multiplica:

a) $(x+3) \cdot (x-3)$ b) $(2+x) \cdot (2-x)$ c) $(3-2x) \cdot (3+2x)$

d) $(2x-3) \cdot (2x+3)$ e) $\left(\frac{1}{2} - x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2\right)$ f) $\left(2 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{x}\right)$

Sol: a) $x^2 - 9$; b) $4 - x^2$; c) $9 - 4x^2$; d) $4x^2 - 9$; e) $1/4 - x^4$; f) $4 - 1/x^2$

19. Transforma en diferencia de cuadrados:

a) $\left(2x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2x - \frac{1}{3}\right)$ b) $(x^2+1) \cdot (x^2-1)$ c) $\left(\frac{a}{3} + b\right) \cdot \left(\frac{a}{3} - b\right)$

d) $(x-a) \cdot (x+a)$ e) $\left(\frac{x}{2} - 3\right) \cdot \left(\frac{x}{2} + 3\right)$ f) $(a-3b) \cdot (a+3b)$

Sol: a) $4x^2 - 1/9$; b) $x^4 - 1$; c) $a^2/9 - b^2$; d) $x^2 - a^2$; e) $w^2/2 - 9$; f) $a^2 - 9b^2$

20. Indica el grado de cada uno de los siguientes polinomios:

a) $7x^2 - 3x^3 - 4x$ b) $5x^4 - 3x^2 + 4$ c) $4x - 3x^3 - 2$

d) $4 - 2x^2 + 4x^3$ e) $4x - 7x^4 - 2x^3 - 2$ f) $6x - 3 + 4x^3$

Sol: a) 3; b) 4; c) 3; d) 3; e) 4; f) 3

21. Efectúa:

a) $4x^2 - 3x^2 + x^2$ b) $7x - 3x + 2x$ c) $7x^3 - 3x^3 + 4x^3$ d) $6x^4 - 3x^4 + x^4$

e) $7x - 4x + 2x$ f) $9x^5 - 3x^5 - 2x^5$ g) $2x - 5x + 9x$ h) $4x^3 - 5x^3 - 2x^3$

Sol: a) $2x^2$; b) $6x$; c) $8x^3$; d) $4x^4$; e) $5x$; f) $4x^5$; g) $6x$; h) $3x^3$

22. Reduce las siguientes expresiones:

a) $2x^2 - 4 + 3x - 3x^2$ b) $3x - 4x^2 - 4 - 5x + 3x^2$ c) $6x - 3x^3 - 4 - 4x^3 + 4x$
d) $7 - 3(x^2 - 1) + 2(x - 3) - 4x + x^2$ e) $2x^3 - 3x^3 - 2(x - x^3) + 4x - 2x^3$ f) $3x^2 - 3 + 4x - 5 + 3x^2$

Sol: a) $-x^2 + 3x - 4$; b) $-x^2 - 2x - 4$; c) $-7x^3 + 10x - 4$; d) $-2x^2 - 2x + 4$; e) $-x^3 + 2x$; f) $6x^2 + 4x - 8$

23. Efectúa y reduce:

a) $2x^2 \cdot 3x - 2x \cdot x^2$ b) $3x - 2(7x - 5)$ c) $x^2(3x - 2) + 3x^3$
d) $7x^2 - 3x(-2x) + 5x^2$ e) $4x(x - 2) - 3x(x - 1)$ f) $6x(-3x^2) - 5x^2(-2x)$

Sol: a) $4x^3$; b) $-11x + 10$; c) $6x^3 - 2x^2$; d) $18x^2$; e) $x^2 - 5x$; f) $-8x^3$

24. Opera y reduce las siguientes expresiones:

a) $(2x^2) - 3x(2x^2 - 3x) + 2(x^2 - 2x)$ b) $3x(3 - x) + 4(x^2 - 3x)$ c) $x^2 - 3x(-5x) - x(x - 3x)$
d) $(x^2 - 3x + 2) \cdot (3x - 2)$ e) $(x - 3)(x^2 - 3x + 1)$ f) $(x - 3)(-2x + 3)$

Sol: a) $-6x^3 + 13x^2 - 4x$; b) $x^2 - 3x$; c) $18x^2$; d) $3x^3 - 11x^2 + 12x - 4$; e) $x^3 - 6x^2 + 10x - 3$; f) $-2x^2 + 9x - 9$

25. Desarrolla los cuadrados siguientes:

a) $(x - 3)^2$ b) $(x - 5)^2$ c) $(3x - 2)^2$ d) $(3 + 2x)^2$
e) $(x/2 - 2)^2$ f) $(2/5 + 3x)^2$ g) $(4x - 2)^2$ h) $(2x/3 - 1/2)^2$

Sol: a) $x^2 - 6x + 9$; b) $x^2 - 10x + 25$; c) $9x^2 - 12x + 4$; d) $9 + 12x + 4x^2$; e) $x^2/4 - 2x + 4$; f) $4/25 + 12x/5 + 9x^2$; g) $16x^2 - 16x + 4$; h) $4x^2/9 - 2x/3 + 1/4$

26. Expresa como cuadrado de una suma o de una resta

a) $x^2 - 6x + 9$ b) $x^2 - 4x + 4$ c) $4x^2 - 12x + 9$ d) $x^2 + 8x + 16$
e) $x^2 - 10x + 25$ f) $x^2 - 12x + 36$ g) $9x^2 - 12x + 4$ h) $x^2/4 - x + 1$

Sol: a) $(x - 3)^2$; b) $(x - 2)^2$; c) $(2x - 3)^2$; d) $(x + 4)^2$; e) $(x - 5)^2$; f) $(x - 6)^2$; g) $(3x - 2)^2$; h) $(x/2 - 1)^2$

27. Expresa como producto de una suma por una diferencia

a) $x^2 - 25$ b) $9x^2 - 4$ c) $25x^2 - 16$ d) $49 - 4x^2$
e) $x^4 - 9$ f) $x^9 - x^4$ g) $25x^2 - 4$ h) $4x^2 - 16$

Sol: a) $(x - 5) \cdot (x + 5)$; b) $(3x - 2) \cdot (3x + 2)$; c) $(5x - 4) \cdot (5x + 4)$; d) $(7 - 2x) \cdot (7 + 2x)$; e) $(x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)$; f) $(x^3 - x^2) \cdot (x^3 + x^2)$; g) $(5x - 2) \cdot (5x + 2)$; h) $(2x - 4) \cdot (2x + 4)$

28. Factoriza:

a) $4x^3y^2 - 6x^2y^3 - 12xy^3$ b) $3a^2b^4 - 6a^3b^2 + 9a^2b^3$ c) $4x^2z^3 - 2x^2z^4 + 6xz^2$
d) $5x^2y^3z^4 - 10xy^2z^3$ e) $8x^2y^3 - 4x^3y^2 - 6x^2y^4$ f) $3x^3 - 6x^2 - 9x^4$

Sol: a) $2xy^2 \cdot (2x^2 - 3xy - 6y)$; b) $3a^2b^2 \cdot (b^2 - 2a + 3b)$; c) $2xz^2 \cdot (2xz - xz^2 + 3)$; d) $5xy^2z^3 \cdot (xyz - 2)$; e) $2x^2y^2 \cdot (4y - 2x - 3y^2)$; f) $3x^2 \cdot (x - 2 - 3x^2)$

29. Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{3x^2}{9x}$ b) $\frac{x(x+2)}{2(x+2)}$ c) $\frac{x^2 - 2x}{3x}$ d) $\frac{3x^2(x+2)}{x(x+2)}$

e) $\frac{x-2}{x^2-4}$ f) $\frac{x^2+5x}{x^2}$ g) $\frac{x(x-2)}{3x^2}$ h) $\frac{x^3(x+1)}{x(x+1)}$

Sol: a) $x/3$; b) $x/2$; c) $(x-2)/3$; d) $3x$; e) $1/(x+2)$; f) $(x+5)/x$; g) $(x-2)/3x$; h) x^2

30. Simplifica:

a) $\frac{3x+9}{x+3}$ b) $\frac{(2x^2+2x)}{2(x+1)}$ c) $\frac{x^3-2x^2}{x(x-2)}$ d) $\frac{x^2-2x+1}{x(x-1)}$
 e) $\frac{x^2-4x}{x^2-16}$ f) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-x-6}$ g) $\frac{x^2-9}{x^2-x-6}$ h) $\frac{x^3+x^2-2x}{x^2+2x}$

Sol: a) 3; b) x; c) x; d) (x-1)/x; e) x/(x+4); f) (x+2)/(x-3); g) (x+3)/(x+2); h) x-1

31. Reduce a común denominador y opera:

a) $\frac{3}{x} + \frac{9}{x^2}$ b) $\frac{x}{x+1} + \frac{4}{3(x+1)}$ c) $\frac{2x}{x^2} + \frac{3}{x^2} - \frac{5}{3x}$
 d) $\frac{x-2}{x-1} + \frac{2}{2x-2}$ e) $\frac{x-2}{4x} - \frac{3}{2x} - \frac{16}{x}$ f) $\frac{x+4}{x} - \frac{3x}{x-1}$
 g) $\frac{x-9}{x} - \frac{3}{x^2-x} + \frac{3}{x-1}$ h) $\frac{x^3+x^2-2x}{x^2+2x}$

Sol: a) $\frac{3x+9}{x^2}$; b) $\frac{3x+4}{3(x+1)}$; c) $\frac{x+9}{3x^2}$; d) 1; e) $\frac{x-72}{4x}$; f) $\frac{-2x^2+3x-4}{x^2-x}$; g) $\frac{x-6}{x}$; h) x-1

32. Efectúa las operaciones y simplifica:

a) $4(x^2-5x+5)-(2x^2-3x+9)$
 b) $2x(5x-2x^2-3)+6(x^2-3x+5)$
 c) $3 \cdot \left(\frac{5x-2}{3} + \frac{2x-3}{2} - 5 \right)$
 d) $2 \cdot \left(\frac{3(x-1)}{2} - \frac{3x+2}{6} + \frac{x}{3} \right)$
 e) $-2(x-3) + 4(x+3) + 2(3x-4)$
 f) $2(x-1) + 3(x-2) + 2(3x-1) + 5$
 g) $(3x^2-2x+1) \cdot (x^2-3x-2)$

Sol: a) $2x^2-17x+11$; b) $16x^2-4x^3-24x+30$; c) $8x-43/2$; d) $(8x-11)/3$; e) $8x+14$;
 f) $11x-5$; g) $3x^4-11x^3+x^2+x-2$

33. Extrae factor común:

a) $3x^2-2x+3x^3$ b) $12x^2y^3-4x^3y-6x^2y^2$
 c) a^3-3a^2+4a d) $4x^2y^3-3xy^3-3xy^2$
 e) $(x-1)x^2-3x(x-1)+2x^3(x-1)^2$ f) $2x^4-6(x-1)x^2+4x^3$

Sol: a) $x \cdot (3x-2+3x^2)$; b) $2 \cdot x^2y \cdot (6y^2-2x-3y)$; c) $a \cdot (a^2-3a+4)$; d) $x \cdot y^2 \cdot (4xy-3y-3)$;
 e) $(x-1) \cdot x \cdot [x-3+2x^2(x-1)]$; f) $2 \cdot x^2 \cdot (x^2-3(x-1)+2x)$

34. Expresa en forma de producto:

a) x^2-6x+9 b) x^2-y^2 c) $4x^2-9y^2$
 d) $4x^2-12x+9$ e) $2x^2+4x+2$ f) $x^2-x+1/4$

Sol: a) $(x-3)^2$; b) $(x-y) \cdot (x+y)$; c) $(2x-3y)(2x+3y)$; d) $(2x-3)^2$; e) $2 \cdot (x+1)^2$; f) $(x-1/2)^2$

35. Opera:

a) $(x+3)^2$ b) $(2x-3)^2$ c) $(x-3) \cdot (x+3)$ d) $(3x-5)^2$
 e) $(2x-5) \cdot (2x+5)$ f) $(3-4x)^2$ g) $(2x-x^2)^2$ h) $(x-2/3)^2$

Sol: a) x^2+6x+9 ; b) $4x^2-12x+9$; c) x^2-9 ; d) $9x^2-30x+25$; e) $4x^2-25$; f) $9-24x+16x^2$; g) $4x^2-4x^3+x^4$; h) $x^2-4x/3+4/9$

36. Halla el polinomio que sumado a $P(x): 4x^3 - 3x^2 + 2x$ da como resultado:

a) $2x^3 - 3x^2 - x + 2$

b) $3x^3 - 3x^2 + 1$

c) $4x^3 + 1$

d) $2x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

Sol: a) $-2x^3 - 3x + 2$; b) $-x^3 - 2x + 1$; c) $3x^2 - 2x + 1$; d) $-2x^3 + 3x - 2$

37. Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución:

a) $\frac{x}{3} + x = 2\frac{x}{6} - 2(3-x)$

b) $x - \frac{x}{2} + 3x = \frac{3x}{2} + \frac{5+x}{3} + x + 1$

c) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} + \frac{x}{6} - x = 2 - x$

d) $\frac{x}{2} - \frac{x-3}{3} - x = -1 - 2\frac{x}{3}$

e) $\frac{2x-3}{5} - \frac{x}{2} + x = x - \frac{x}{4}$

f) $\frac{6x-3}{3} - \frac{4x-3}{5} = 2x - 2$

Sol: a) $x=6$; b) $x=4$; c) $x=6$; d) $x=12$; e) $x=4$; f) $x=2$

38. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{x-3}{2} + x = \frac{2x-13}{3} + 2 + x$

b) $\frac{x-1}{2} + x = \frac{2x+3}{3} + 1$

c) $x - \frac{x+2}{3} + 3(x-3) = 2 + \frac{2x+1}{3}$

d) $2x - \frac{x-3}{2} = x + \frac{4+x}{3}$

e) $\frac{2x-5}{5} - \frac{x}{2} + 2 = x + \frac{x+4}{4}$

f) $\frac{x-3}{5} - \frac{4x+3}{5} = 2x + 4$

Sol: a) $x=5$; b) $x=3$; c) $x=4$; d) $x=-1$; e) $x=0$; f) $x=-2$

39. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x-2) \cdot (x-3) = 0$

b) $x \cdot (2x-4) = 0$

c) $(x+1) \cdot (2x-1) = 0$

d) $(x-2)^2 = 0$

e) $7 \cdot (2x-6) \cdot (x+3) = 0$

f) $(x-4) \cdot (x+3) = 0$

Sol: a) $x=2, x=3$; b) $x=0, x=2$; c) $x=-1, x=1/2$; d) $x=2$; e) $x=3, x=-3$; f) $x=4,$

$x=-3$

40. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, sin utilizar la fórmula:

a) $3x^2 - 27 = 0$

b) $2x^2 - 4x = 0$

c) $x^2 = 16$

d) $9x^2 = 4$

e) $2x^2/3 - 6 = 0$

f) $2x^2 - 32 = 0$

g) $25x^2 - 9 = 0$

h) $6x^2 - 2x = 0$

Sol: a) $x="3$; b) $x=0, x=2$; c) $x="4$; d) $x="2/3$; e) $x="3$; f) $x="4$; g) $x="3/5$;

h) $x=0, x=1/3$

41. Si a un número le restas 14, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?

Sol: 21

42. Calcula tres números sabiendo que:

El primero 4 unidades menor que el segundo.

El tercero es igual a la suma de los dos primeros

Entre los tres suman 36

Sol: 7, 11, 18

43. La suma de tres números naturales consecutivos es igual al triple del segundo.

Sol: 10, 11, 12.

44. La suma de un número par, el siguiente y el anterior es 42. ¿Cuál es ese número?. Sol: 14

45. Por un libro, una carpeta y un bolígrafo hemos pagado 32 euros. El libro cuesta el doble que la carpeta y ésta cuesta cinco veces más que el bolígrafo. ¿Cuál es el precio de cada artículo?. Sol: 20, 10 y 2 euros.

46. Me faltan 5 euros para comprar un libro. Si tuviese el doble me sobrarían 10 euros. ¿Cuánto dinero tengo y cuánto cuesta el libro?. Sol: 20 euros y 15 euros.

47. Juan tiene 13 años, su hermano Iván 17 años y su padre 44. ¿Cuántos años han de pasar para que entre los dos hijos iguallen la edad del padre?. Sol: 14 años

48. La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 108 años. El padre tiene 4 años más que la madre. La madre tuvo su primer hijo a los 23 años y el segundo a los 25. ¿Cuál es la edad de cada uno?. Sol: 13, 15, 38, 42.

49. Un depósito de agua recoge el agua de lluvia y luego se destina al riego. Si un día el depósito está lleno y ese día se consumen $\frac{2}{5}$ de su capacidad. Al día siguiente se consumen $\frac{2}{3}$ del resto. El tercer día llueve durante 3 horas y se recogen 1650 litros, llenándose hasta los $\frac{3}{4}$. ¿Cuál es la capacidad del depósito?. Sol: 3000 litros.

50. Una persona invierte una cierta cantidad de dinero al 6%. Si recibió unos intereses de 210 euros al cabo de un año. ¿Qué cantidad había invertido?. Sol: 3500 euros

51. Un inversor dispone de 40000 euros. Coloca parte de su capital en un banco al 5% y el resto en otro banco al 6%. Si la segunda parte le produce anualmente 750 euros más que la primera. ¿Qué cantidad ingresó en cada banco?. Sol: 15000 y 25000 euros.

52. Una asociación de excursionistas contratan un autobús por una cierta cantidad de dinero. Si el autobús estuviese lleno cada uno debería pagar 10 euros. Como quedaron 10 plazas vacías tuvieron que pagar 12,5 euros. ¿Qué capacidad tiene el autobús y cuánto cobró la empresa del autobús?. Sol: 50 plazas y 500 euros

53. ¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación de segundo grado?. Di, cuántas soluciones tienen estas ecuaciones, sin resolverlas.

a) $x^2 - 16 = 0$

b) $x^2 + 16 = 0$

c) $x^2 + x - 6 = 0$

d) $x^2 + x + 4 = 0$

e) $x^2 + 2x + 1$

f) $x^2 - 6x + 9 = 0$

Sol: a) 2; b) 0; c) 2; d) 0; e) 1; f) 1

54. Inventa una ecuación de segundo grado que tenga:

a) dos soluciones, $x = 1$ y $x = -2$

b) una solución, $x = -3$

c) ninguna solución

d) dos soluciones, $x = 0$ y $x = 1$

Sol: a) $x^2 + x - 2 = 0$; b) $x^2 + 6x + 9 = 0$; c) ; d) $x^2 - x = 0$

55. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de:

a) $x^3 + 3x^2 - 4$; $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6$; $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

b) $x^3 - 7x^2 + 15x - 9$; $x^3 - 13x + 12$; $x^3 - 2x^2 - 15x + 36$

c) $4x^4 + 16x^3 - 8x^2 - 48x + 36$; $x^3 + 7x^2 + 16x + 12$; $2x^3 + 8x^2 + 2x - 12$

d) $x^3 - 3x^2$; $x^3 - x^2 - 2x$; $x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 9x$

e) $x^3 + 5x^2 + 7x + 3$; $x^3 + 3x^2 - x - 3$; $x^3 - x^2 - 9x + 9$

f) $x^3 + 3x^2 - x - 3$; $x^3 + 3x^2 - 9x - 27$; $x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27$

g) $3x^3 - 3x^2 - 24x + 36$; $4x^3 - 28x + 24$; $2x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 36x$

Sol: a) m.c.m.: $(x-1)^2(x+2)^2(x-3)$; m.c.d.: $(x-1)(x+2)$; b) m.c.m.: $(x-3)^2(x+4)(x-1)$; m.c.d.: $(x-3)$; c) m.c.m.: $4(x-1)^2(x+3)^2(x+2)^2$; m.c.d.: $(x+3)$; d) m.c.m.: $x^2(x-3)^2(x+1)$; m.c.d.: x ; e) m.c.m.: $(x-3)(x+3)(x+1)^2(x-1)$; m.c.d.: $(x+3)$; f) m.c.m.: $12x(x+3)^2(x-1)(x-2)^2$; m.c.d.: $(x-2)(x+3)$

56. Calcula el valor de k para que la división $2x^4 - 6x^3 + kx^2 - 11$: $(x+1)$ sea exacta.

Sol: $k=3$

57. Halla el valor que debe tener m para que el resto de la división $(2x^3 + mx^2 + x - 4)$: $(x-2)$ sea igual a 6.

Sol: $m=-2$

58. Calcula m para que el polinomio $2x^3 + mx^2 + 5x + 2$ sea divisible por $x+1$.

sol: $m=5$

59. Escribe un polinomio que tenga por raíces los números 1, 2 y -1

60. Escribe un polinomio de tercer grado que sólo tenga una raíz.

61. En una división de polinomios, el divisor es $2x^2 - 3$, el cociente $x+3$ y el resto $x-1$. ¿Cuál es el dividendo?

Sol: $x^3 + 6x^2 - 2x - 10 = 0$

62. Indica el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo en cada caso:

a) $x^2 + 2x + 1$ y $3x + 3$ b) $x^3 - 2x^2$ y $x^3 - 4x$ c) $x^2 - x$, $x^2 - 1$ y $x^2 - 2x + 1$

Sol: a) m.c.m.: $3(x+1)^2$; m.c.d.: $(x+1)$; b) m.c.m.: $x^2(x^2-4)$; m.c.d.: $(x-2) \cdot x$; c) m.c.m.: $x(x-1)^2(x+1)$; m.c.d.: $(x-1)$

63. Inventa dos polinomios cuyo máximo común divisor sea $x(x+2)$ y cuyo mínimo común múltiplo sea $x^2(x^2-4)(x+1)$

64. Escribe dos polinomios de segundo grado tales que:

a) $P(3)=0$; $P(2)=-2$; $P(1)=-2$

b) $Q(1)=3$; $Q(2)=8$; $Q(-1)=5$

Sol: a) $x^2 - 3x$; b) $2x^2 - x + 2$

65. a) Si la división $P(x):(x-5)$ es exacta, ¿cuánto vale $P(5)$?

b) Si -3 es una raíz del polinomio $P(x)$, ¿qué puedes afirmar de la división $P(x):(x+3)$?

Sol: a) $P(5)=0$; b) Es exacta